

ASSEMBLAGES BOULONNES

(extrait de l'ouvrage "Dimensionnement des structures" D. GAY et J. GAMBELIN éditions Hermès 1990)

1. HYPOTHESES : CAS SIMPLIFIE OU LE SERRAGE EST NEGLIGE

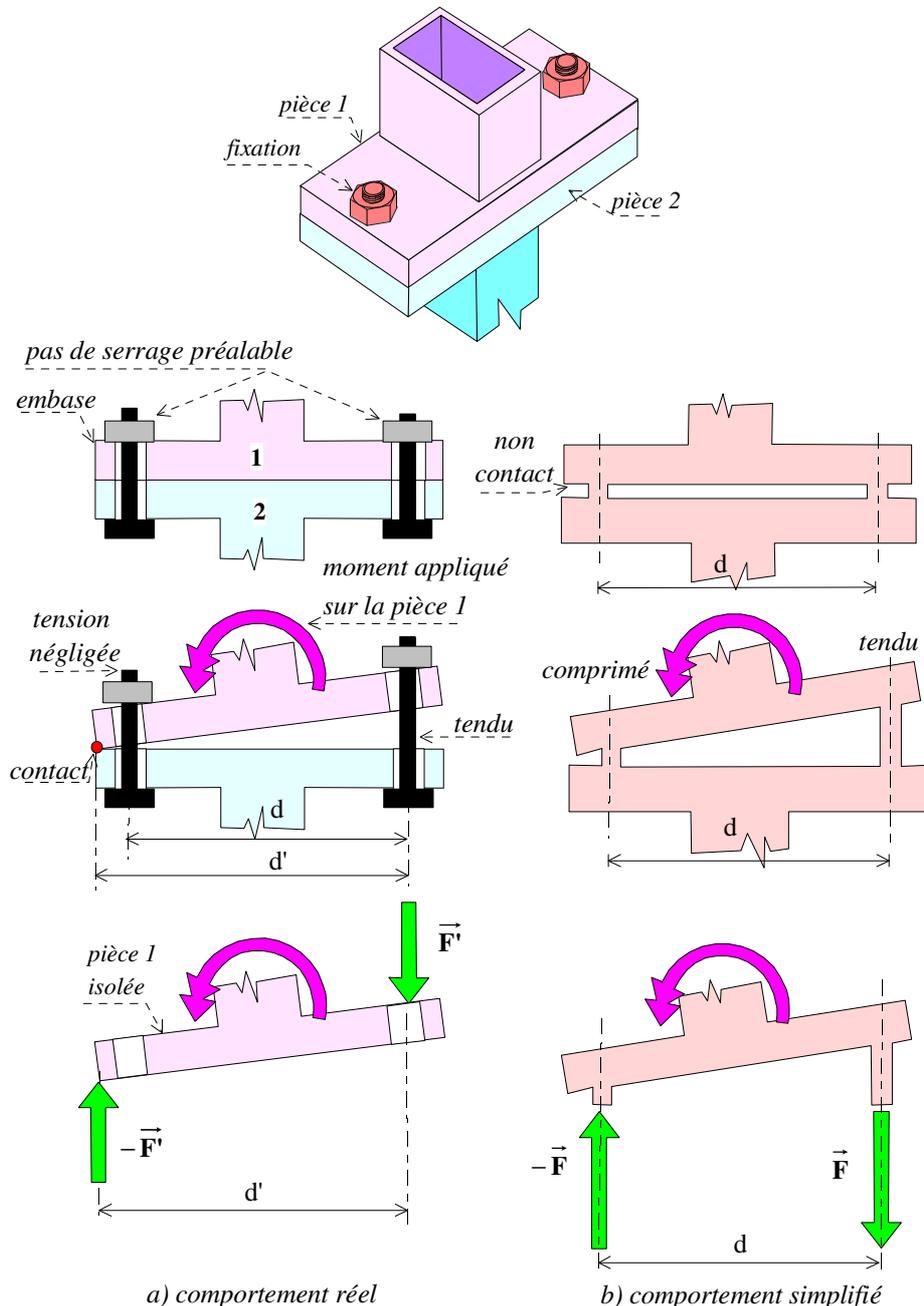
♦ les tiges des éléments filetés ne sont plus soumises à une traction préalable (à la suite par exemple d'un desserrage des écrous).

♦ les tiges sont lisses et soigneusement ajustées dans des trous alésés au voisinage de la zone d'interface. Ainsi l'absence de traction préalable correspondra à un desserrage accidentel de ces éléments filetés. Les tiges sont alors sollicitées au cisaillement dans la zone d'interface des pièces assemblées. Or peu de boulons sont réellement ajustés dans la zone d'interface. Dans les assemblages ordinaires, les tiges présentent un jeu dans le logement de l'une au moins des pièces assemblées. La présence de ce jeu génère des inégalités supplémentaires dans la répartition des sollicitations de cisaillement sur chaque tige.

♦ les tiges peuvent être sollicitées au cisaillement et aussi indifféremment en traction ou en compression. Cette dernière hypothèse n'est pas réaliste car les tiges ne peuvent pas travailler en compression. Elle permet toutefois de s'affranchir des dimensions de l'embase, et correspond en général à une évaluation pessimiste - ou défavorable- pour le dimensionnement.

2. MODELE DE CALCUL

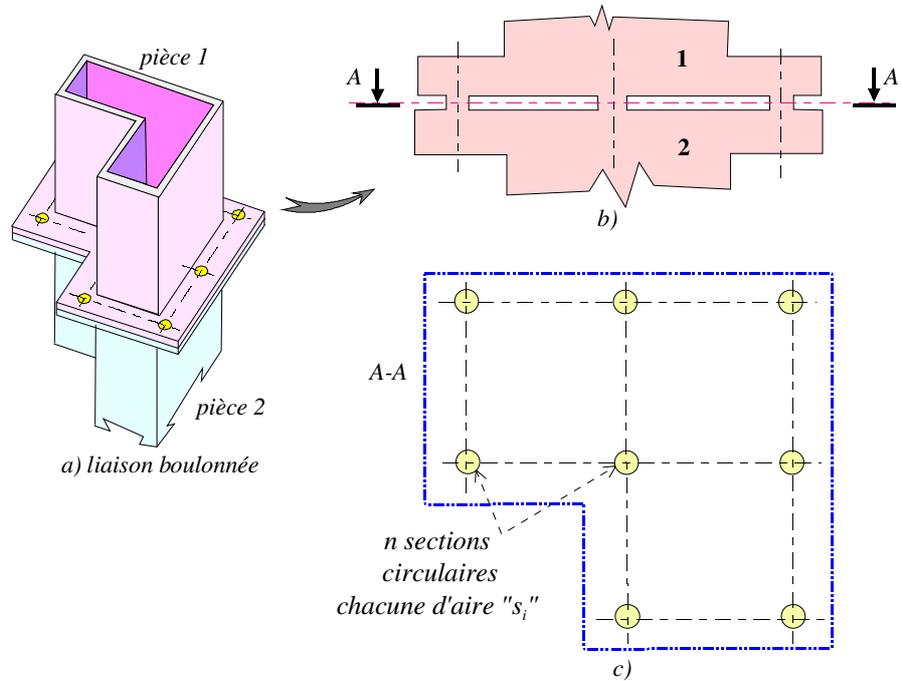
2.1 Comparaison entre comportement réel en cas de desserrage et comportement simplifié.



Traction-compression: la simplification génère un cas défavorable : $d < d' \Rightarrow F > F'$

2.2 Caractéristiques de l'interface modélisée entre pièces assemblées

Du fait des petites dimensions des éléments de liaison devant celles des pièces assemblées, on considère ceux-ci beaucoup plus **souples** (déformables). Sous les sollicitations à transmettre, les pièces assemblées présentent alors du fait de la déformation des éléments de liaison un (très) petit déplacement relatif de corps rigide. En conséquence, l'interface de transmission des efforts représentée teintée (l'ensemble des "n" sections circulaires) se comporte par exemple pour les contraintes normales comme une **poutre** qui présenterait pour section droite un ensemble constitué de "n" aires circulaires "s_i" disjointes. Cette analogie facilite la recherche des efforts normaux transmis par chacune des "n" sections "s_i" (Cf. § effort normal)

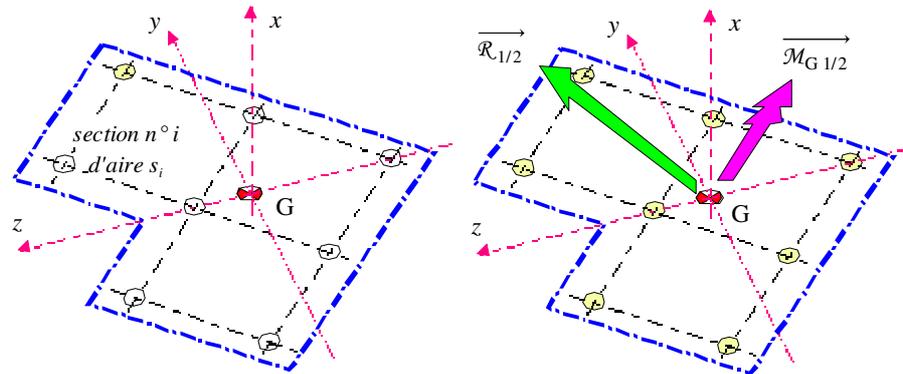


3 EFFORTS TRANSMISSIBLES PAR L'ASSEMBLAGE

3.1 Détermination des efforts dans l'interface

On affecte à l'ensemble des "n" sections (ou section équivalente) un trièdre principal défini comme pour une section de **poutre classique**, c'est-à-dire :

- un axe \vec{x} perpendiculaire à la section équivalente et constituant une normale sortante passant par le centre géométrique G, barycentre des sections "s_i".
- des axes \vec{y} et \vec{z} quadratiques principaux dans le plan de la section équivalente



a) section équivalente

b) torseur de cohésion

Interface d'un assemblage boulonné

La figure précédente représente les éléments de réduction du torseur de cohésion agissant sur la section équivalente, torseur que l'on sait évaluer à partir des efforts agissant sur la structure. On retrouve ainsi sur les axes locaux \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} , les projections connues des éléments de réduction au centre géométrique d'une section droite d'une **poutre** :

\mathcal{N}_x ou \mathcal{N} : effort normal

\mathcal{M}_x : moment longitudinal

\mathcal{T}_y : effort tranchant

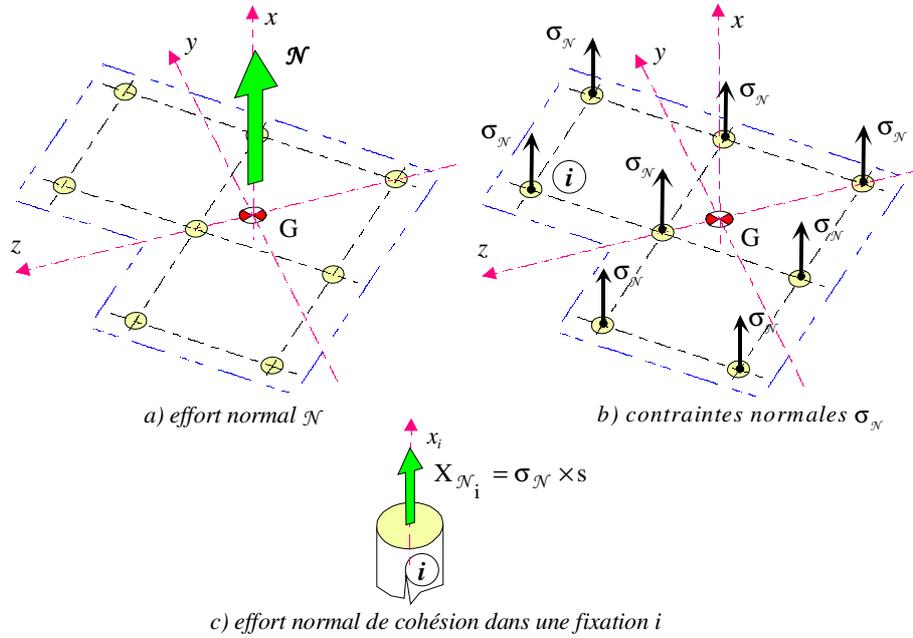
\mathcal{M}_y : moment de flexion

\mathcal{T}_z : effort tranchant

\mathcal{M}_z : moment de flexion

Les efforts induits sur chaque fixation sont notés $\vec{F}_i = X_i \vec{x} + Y_i \vec{y} + Z_i \vec{z}$.

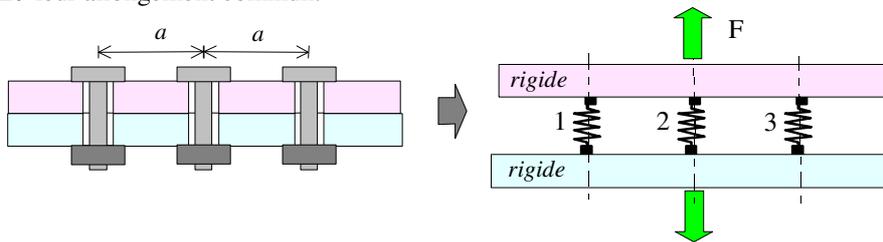
3.1 Effort normal \mathcal{N} et contraintes engendrées :



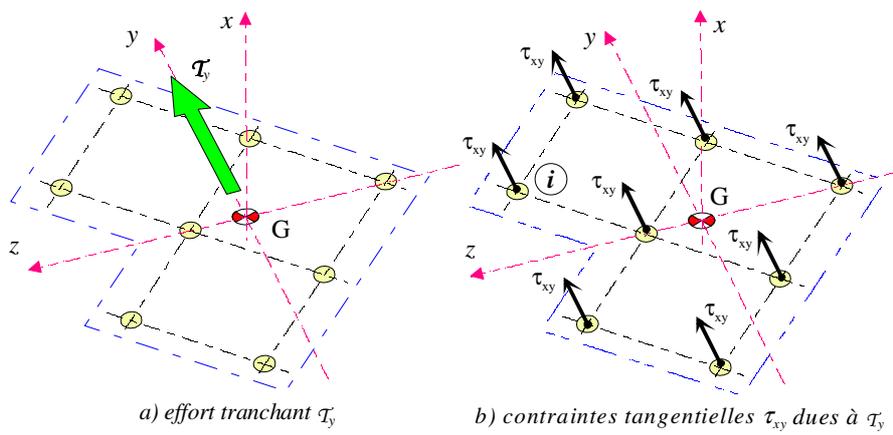
$$\sigma_{\mathcal{N}} = \frac{\mathcal{N}}{n \times s}$$

effort normal de cohésion agissant sur chaque fixation : $X_{\mathcal{N}i} = \sigma_{\mathcal{N}} \times s = \frac{\mathcal{N}}{n} \quad \forall i$

☐ *Remarque* : Justification de la distribution uniforme des efforts normaux de cohésion dans les sections des fixations :
 Considérons les 3 boulons alignés identiques supposés non serrés. On applique sur la pièce supérieure supposée indéformable un effort \vec{F} à l'aplomb du boulon central. Les tiges des boulons étant modélisées par des ressorts identiques, on montrerait facilement en considérant l'équilibre de la pièce supérieure que les efforts dans les trois ressorts sont identiques, soit $F = 3k \times \Delta\ell$, où k est la raideur des ressorts et $\Delta\ell$ leur allongement commun.



3.1 Effort tranchant \mathcal{T}_y et contraintes engendrées :



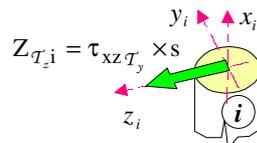
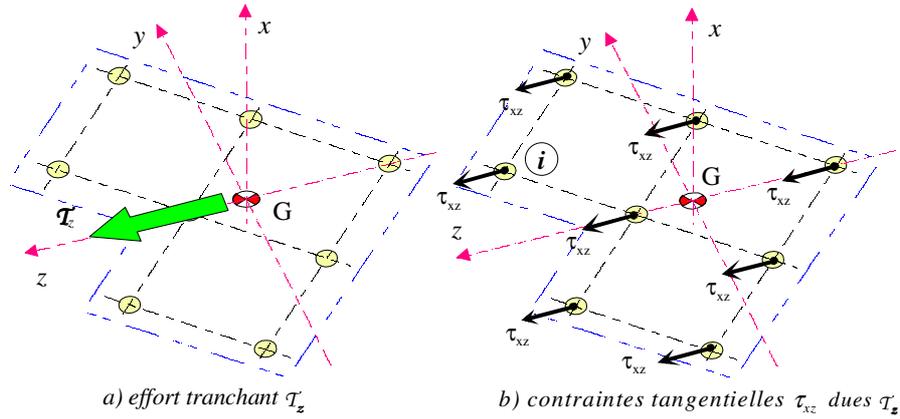
$$Y_{\mathcal{T}_y i} = \tau_{xy} \mathcal{T}_y \times s$$

c) effort tangentiel de cohésion dans la fixation i

$$\tau_{xy} \mathcal{T}_y = \frac{\mathcal{T}_y}{n \times s}$$

effort tangentiel de cohésion agissant sur chaque fixation suivant $\vec{y} : Y_{T_y i} = \tau_{xy} T_y \times s = \frac{T_y}{n} \quad \forall i$

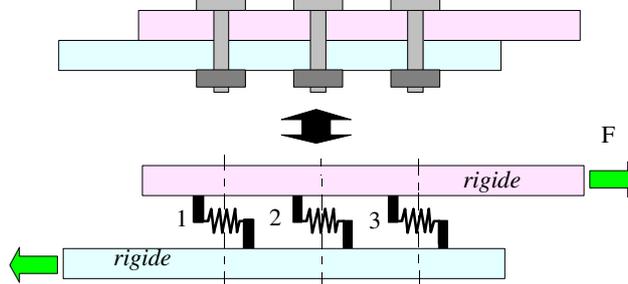
3.2 Effort tranchant T_z et contraintes engendrées :



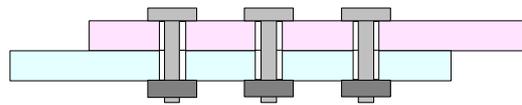
$$\tau_{xz} T_z = \frac{T_z}{n \times s}$$

un effort tangentiel de cohésion agissant sur chaque fixation suivant $\vec{z} : Z_{T_z i} = \tau_{xz} T_z \times s = \frac{T_z}{n} \quad \forall i$

☐ *Remarque* : hypothèse de tiges soigneusement ajustées dans leurs logements. Par exemple, les trois boulons identiques alignés et non serrés, sous l'effort \vec{F} peuvent avoir le comportement modélisé par les ressorts de raideur k , soit $F = 3k \times \Delta \ell$. En revanche, ce modèle n'apparaît plus approprié si les tiges des boulons sont montées avec jeu comme sur la figure, ce qui constitue pourtant une disposition fréquente. Faute de mieux on utilisera quand même le modèle.

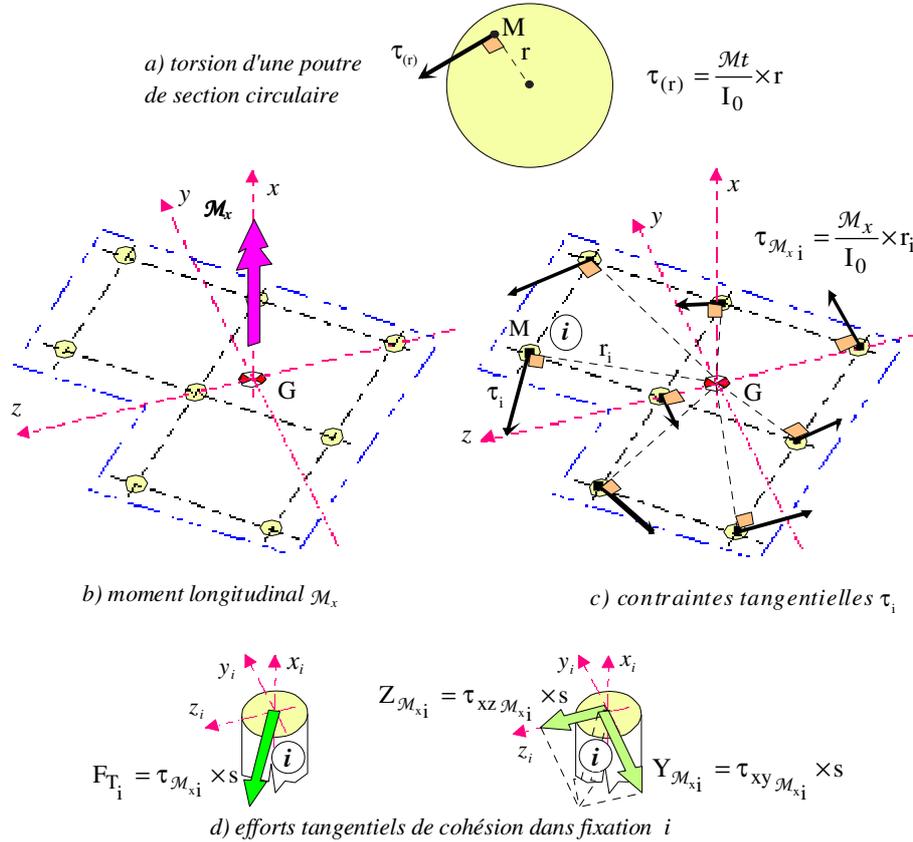


a) boulons ajustés



b) boulons montés avec jeu

3.3 Moment de torsion \mathcal{M}_x et contraintes engendrées :



La contrainte $\tau_{\mathcal{M}_x i}$ au point (i) s'écrit aussi sous forme vectorielle :

$$\vec{\tau}_{\mathcal{M}_x i} = (\tau_{xy_i} \vec{y} + \tau_{xz_i} \vec{z}) = \vec{M}_i \mathbf{G} \wedge \frac{\mathcal{M}_x}{I_0} \vec{x} = -(\vec{y}_i \vec{y} + \vec{z}_i \vec{z}) \wedge \frac{\mathcal{M}_x}{I_0} \vec{x}$$

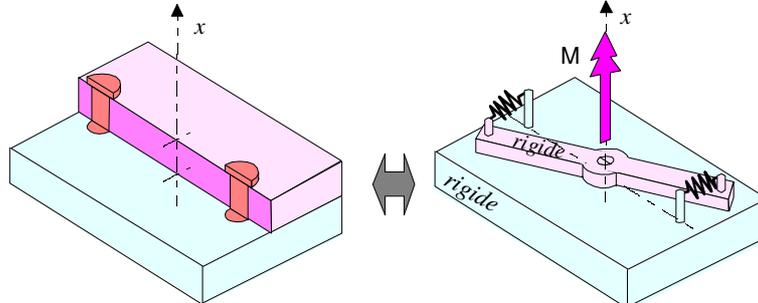
soit : $\tau_{xy \mathcal{M}_x i} = -\frac{\mathcal{M}_x}{I_0} \times z_i$; $\tau_{xz \mathcal{M}_x i} = \frac{\mathcal{M}_x}{I_0} \times y_i$

le moment quadratique polaire s'écrit : $I_0 = \sum_{i=1}^n r_i^2 \times s = \sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2) \times s$ (rappel : $I_0 = I_y + I_z$)

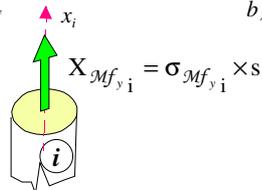
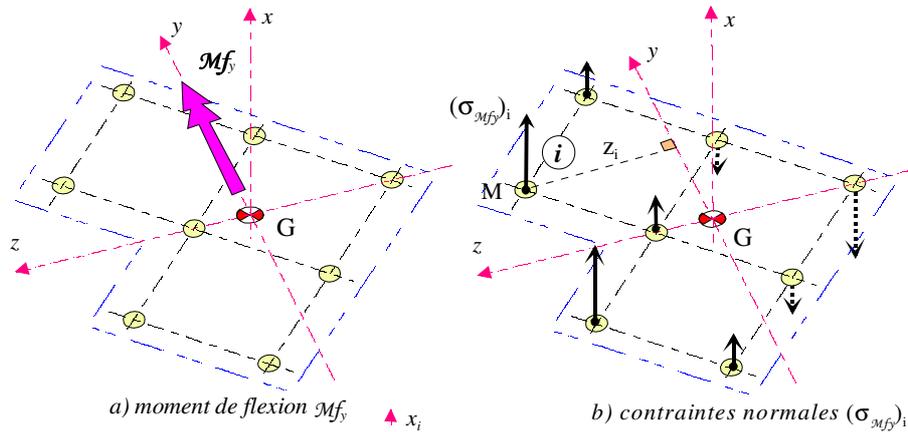
Les efforts tangentiels de cohésion correspondants, s'écrivent pour chaque fixation :

$$Y_{\mathcal{M}_x i} = \tau_{xy \mathcal{M}_x i} \times s = -\mathcal{M}_x \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)} \quad \text{et} \quad Z_{\mathcal{M}_x i} = \tau_{xz \mathcal{M}_x i} \times s = \mathcal{M}_x \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)}$$

□ *Remarque* : l'hypothèse des éléments de liaison souples est bien en accord avec l'analogie de la torsion classique utilisée ici. Par exemple, lorsqu'on considère le comportement en torsion autour d'un axe \vec{x} de l'assemblage simplifié, la déformée des ressorts (identiques) modélisant les tiges correspond à des efforts sur ces ressorts proportionnels au rayon r .



3.4 Moment de flexion \mathcal{M}_y et contraintes engendrées :

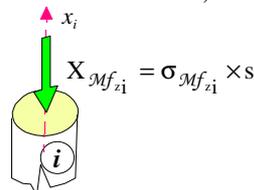
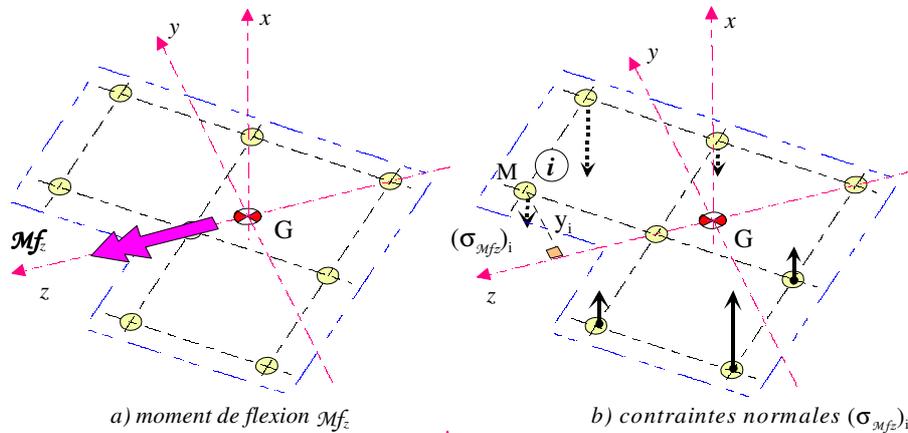


c) effort normal de cohésion dans une section i

$$\sigma_{\mathcal{M}_y, i} = \frac{\mathcal{M}_y}{s} \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2}$$

ceci correspond à un effort normal de cohésion sur la fixation (i) : $X_{\mathcal{M}_y, i} = \sigma_{\mathcal{M}_y, i} \times s = \mathcal{M}_y \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2}$

3.5 Moment de flexion \mathcal{M}_z et contraintes engendrées :



c) effort normal de cohésion dans une fixation i

$$\sigma_{\mathcal{M}_z, i} = -\frac{\mathcal{M}_z}{s} \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

ceci correspond à un autre effort normal de cohésion sur la fixation (i) $X_{\mathcal{M}_z, i} = \sigma_{\mathcal{M}_z, i} \times s = -\mathcal{M}_z \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$

4 CONTRAINTES GLOBALES.

Elles résultent au centre (i) de chaque fixation de la superposition des contraintes écrites plus haut pour chacune des projections des éléments de réduction du torseur de cohésion. On aura ainsi :

- contrainte normale suivant l'axe \vec{x} : $\sigma_i = \sigma_N + \sigma_{Mf_{y_i}} + \sigma_{Mf_{z_i}}$

- contraintes tangentielles totales :

suitant l'axe \vec{y} : $\tau_{xy_i} = \tau_{xy_{T_{y_i}}} + \tau_{xy_{M_{x_i}}}$; sur l'axe \vec{z} : $\tau_{xz_i} = \tau_{xz_{T_{z_i}}} + \tau_{xz_{M_{x_i}}}$

Efforts globaux sur les fixations :

Comme déjà signalé, on les obtient en multipliant les contraintes ci-dessus par l'aire "s" de la section de chaque fixation, soit :

- effort normal total suivant l'axe \vec{x} : $X_i = X_N + X_{Mf_{y_i}} + X_{Mf_{z_i}}$

- effort tangentiel total, il a pour composante :

suitant l'axe \vec{y} : $Y_i = Y_{T_y} + Y_{M_{x_i}}$; suitant l'axe \vec{z} : $Z_i = Z_{T_z} + Z_{M_{x_i}}$

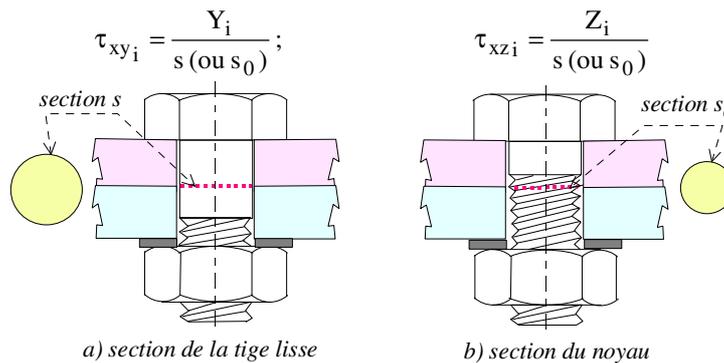
On obtient ainsi dans une tige n°i où l'on a déterminé par la méthode précédente les composantes X_i , Y_i , Z_i :

- une contrainte normale "moyenne" qui atteint dans la tige son maximum dans une section à fond de filet ou *section du noyau* notée s_0 :

$$\sigma_i = \frac{X_i}{s_0}$$

- une contrainte tangentielle $\tau_i = \sqrt{\tau_{xy_i}^2 + \tau_{xz_i}^2}$. Elle est calculée dans la section de tige qui se trouve à

l'interface entre les pièces assemblées. On notera que cette section peut être celle de la tige lisse, s, ou bien celle de la tige filetée, soit s_0 :



liaison boulonnée de deux pièces 1 et 2

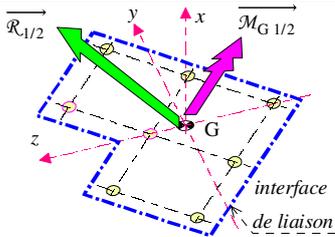
estimation des sollicitations sur "n" fixations de centre (i) et de section "s"

données relatives à la jonction boulonnée équivalente

G centre géométrique des "n" sections : $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n z_i = 0$;

\vec{y} et \vec{z} axes quadratiques principaux : $\sum_{i=1}^n y_i \times z_i = 0$

$I_y = s \times \sum_{i=1}^n z_i^2$; $I_z = s \times \sum_{i=1}^n y_i^2$; $I_0 = I_y + I_z$



torseur des efforts de cohésion transmissibles (connu; c'est une donnée)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{1/2} = N \vec{x} + T_y \vec{y} + T_z \vec{z} \\ \vec{M}_{G1/2} = M_x \vec{x} + M_f y \vec{y} + M_f z \vec{z} \end{array} \right\}_G$$

contraintes au centre (i) d'une section de fixation

♦ contrainte normale : $\sigma_{xi} = \frac{N}{n \times s} + \frac{M_f y}{I_y} \times z_i - \frac{M_f z}{I_z} \times y_i$

♦ contraintes tangentielles :

$\tau_{xyi} = \frac{T_y}{n \times s} - \frac{M_x}{I_0} \times z_i$; $\tau_{xzi} = \frac{T_z}{n \times s} + \frac{M_x}{I_0} \times y_i$

effort correspondant sur la section de la fixation n° i

♦ composante de l'effort normal :

$X_i = \frac{N}{n} + M_f y \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n z_i^2} - M_f z \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$

♦ composantes de l'effort tangentiel :

$Y_i = \frac{T_y}{n} - M_x \times \frac{z_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)}$; $Z_i = \frac{T_z}{n} + M_x \times \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n (y_i^2 + z_i^2)}$

♦ effort tangentiel total :

$F_{Ti} = \sqrt{Y_i^2 + Z_i^2}$

cas d'un serrage négligé

contraintes réglementaires dans la tige n°i

contrainte normale :

$$\sigma_i = \frac{X_i}{s_0}$$

(s_0 : section de la tige à fond de filet)

contrainte tangentielle :

$$\tau_i = \frac{F_{Ti}}{s \text{ (ou } s_0)}$$

(s ou s_0 : section de la tige à l'interface des pièces assemblées)

critère de résistance

si $\sigma_i > 0$ (traction) $\frac{\sigma_i}{R_r} \leq 0.6$

$$\frac{\sigma_i}{0.84 \times R_r} + \frac{\tau_i}{0.8 \times R_{rg}} \leq 1$$

(σ_i, τ_i) doit se trouver à l'intérieur du domaine délimité :

