4.2.5 Méthode (analytique) des coupes de Ritter

On a souvent besoin de connaître seulement la force interne dans une barre bien déterminée de la structure considérée (par exemple, une barre cassée ou en mauvais état que l'on doit réparer ou changer). Dans ce cas, il serait fastidieux d'utiliser la méthode analytique des nœuds.

De plus, s'il y a en un noeud plus de deux barres dont les forces internes sont encore inconnues, la méthode analytique des noeuds deviennent inutilisables.

Si tel est le cas, la méthode des coupes de Ritter s'impose. C'est une méthode analytique, appelée aussi méthode des sections ou des moments.

La méthode de Ritter est basée sur l'équilibre d'une partie isolée de la structure considérée.

Méthode:

1- Trouver les réactions d'appuis.

$$\sum \mathbf{F_x = 0}$$
$$\sum \mathbf{F_y = 0}$$
$$\sum \mathbf{M = 0}$$

2- On isole une partie de la structure considérée par une ligne imaginaire que coupe **au maximum trois barres** dont on veut calculer les forces internes.

3- On considère la partie isolée comme un corps en équilibre. On suppose les barres coupées en tension et on applique l'équilibre de rotation et de translation:

$$\sum \mathbf{M = 0}^*$$
$$\sum \mathbf{F_x = 0}$$
$$\sum \mathbf{F_y = 0}$$

*On choisit un noeud comme axe de rotation.

EXEMPLE 4.2 *Trouvez les contraintes dans les barres 4, 5 et 6 puis dans 12 et 13 du treillis suivant.*

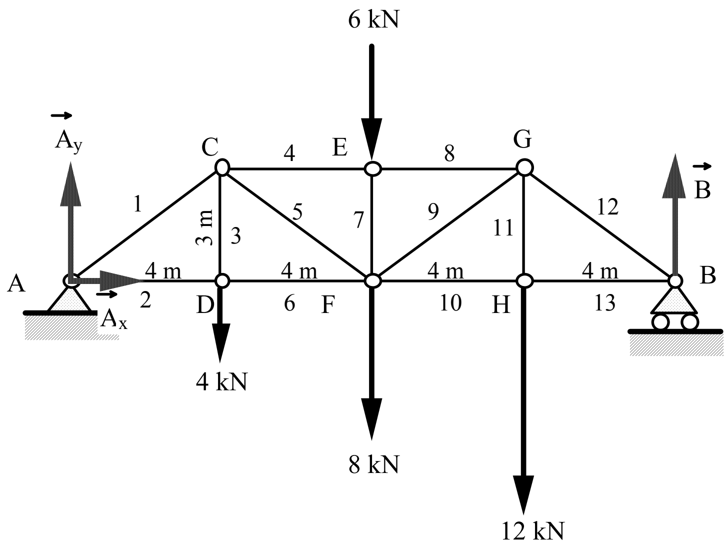

Fig. 4.25

Solution:

1- Trouvons les réactions d'appuis.

$$\sum M_A = -(4000 \text{ x } 4) - (8000 \text{ x } 8) - (6000 \text{ x } 8) - (12000 \text{ x } 12) + (B \text{ x } 16) = 0$$

D'où **B = 17000 N**

$$\sum F_x = \mathbf{A_x = 0}$$

$$\sum F_y = A_y - 4000 - 8000 - 6000 - 12000 + 17000 = 0$$

D'où $\mathbf{A_y}$ = **13000 N**

2- Isolons les structures à étudier.

Nous choisirons ici la petite coupe de gauche pour les barres 4, 5 et 6 (voir *fig. 4.25*) tandis que nous choisirons la grande coupe de gauche pour les barres 12 et 13. Nous ne pouvons pas utiliser la coupe de droite pour les barres 12 et 13 car il n'y a qu'un noeud et donc toutes les forces sont concourantes. Ce qui signifie que nous ne pourrions pas utiliser l'équilibre de rotation ∑M. Par contre, ici, ce serait sûrement plus facile d'utiliser la **méthode des noeuds** pour les barres 12 et 13 mais nous le ferons tout de même par la méthode des coupes.

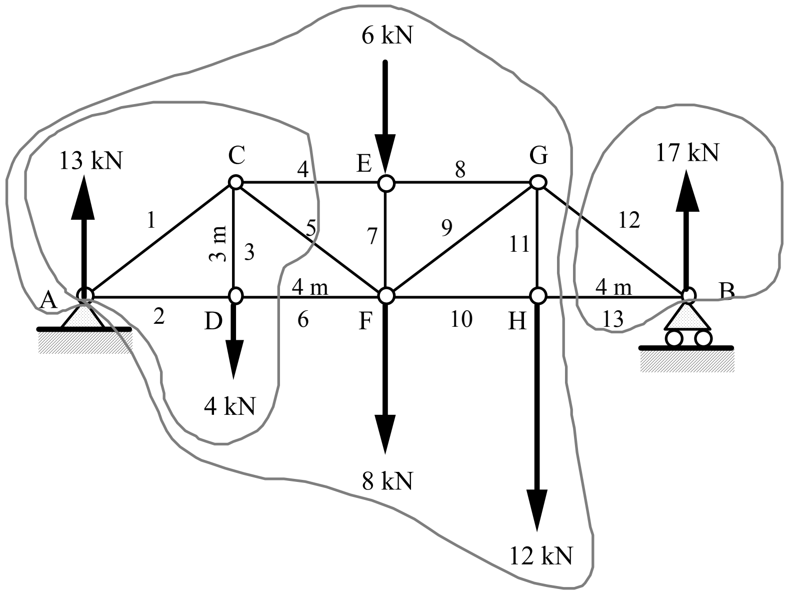

Fig. 4.26

3- Première coupe: Choisissons premièrement le noeud C comme axe de rotation, par le noeud C on élimine les variables F_4 et F_5.

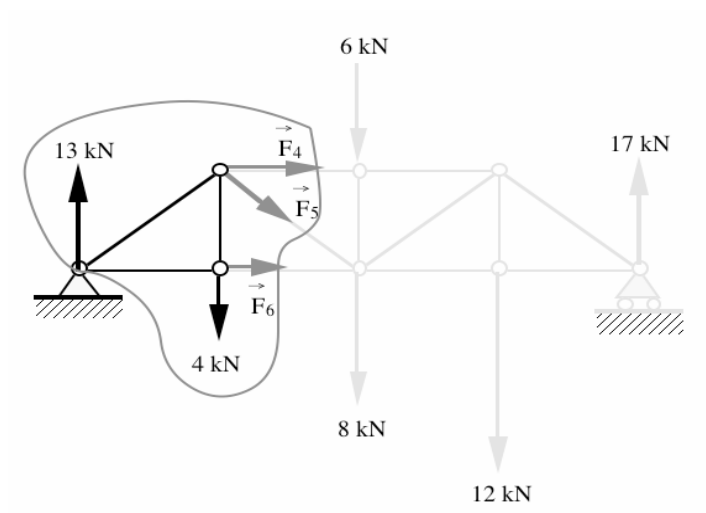

Fig. 4.27

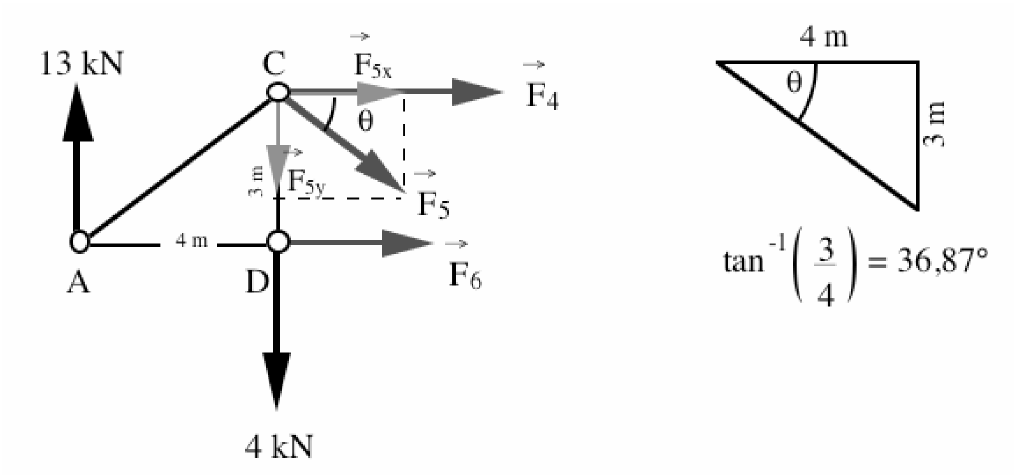

Fig. 4.28

$\sum M_C = -(13000 \times 4) + (F_6 \times 3) = 0$ D'où $\mathbf{F_6 = 17333\ N}$

$\sum F_y = -F_{5y} + 13000 - 4000 = - F_5 \sin 36,87 + 9000 = 0$

D'où $\mathbf{F_5 = 15000\ N}$

$\sum F_x = F_{5x} + F_6 + F_4 = 15000 \cos 36,87 + 17333 + F_4 = 0$

D'où $\mathbf{F_4 = -29333\ N}$ *(Exactement les mêmes résultats que ceux retrouvés dans l'exemple précédent.)*

4- Seconde coupe: Choisissons premièrement le noeud H, par le noeud H on élimine la variable F_{13}.

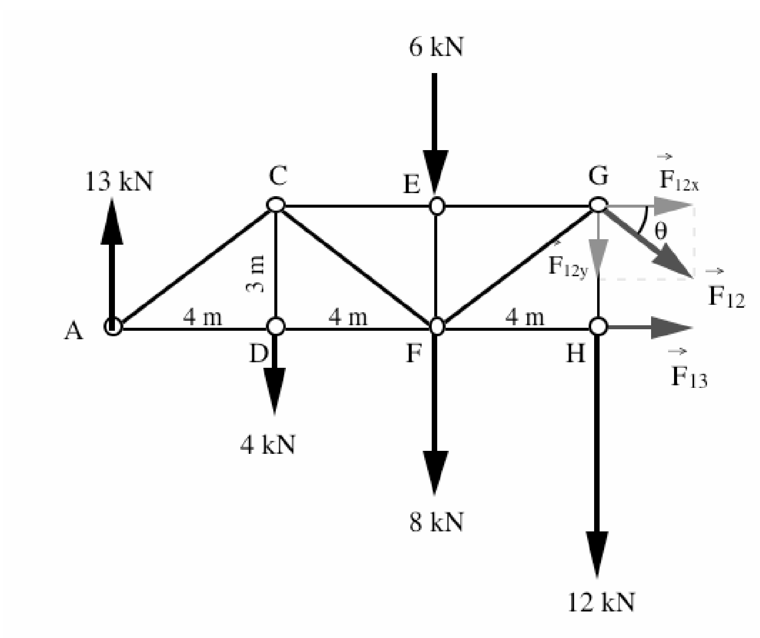

Fig. 4.29

$\sum M_H =$ $-(13000 \times 12) + (4000 \times 8) + (6000 \times 4) + (8000 \times 4) - (F_{12x} \times 3) = 0$

$3F_{12x} = -156000 + 32000 + 24000 + 32000$

$3F_{12}\cos 36{,}87 = -68000$

D'où **F_{12} = -28333 N**

$\sum F_x = F_{12x} + F_{13} = 0$

$F_{13} = -F_{12x} = -F_{12}\cos 36{,}87$

D'où **F_{13}** $= -(-28333)\cos 36{,}87$ **= 22667 N**

(Exactement encore ici les mêmes valeurs que celles retrouvées dans l'exemple précédent.)

On aurait pu aussi résoudre entièrement le problème en utilisant la somme des moments ($\sum M = 0$) en changeant l'axe de rotation. Mais il est souvent plus facile de passer par les forces afin de trouver les contraintes cherchées.

Quand on effectue l'équilibre de rotation, on peut choisir un noeud situé à l'extérieur de la partie sélectionnée et résoudre le problème de la même façon. Par exemple dans la première section, on aurait pu poursuivre après la première somme des moments autour du noeud C la somme des moments sur le noeud F; ainsi on aurait éliminé immédiatement les forces F_5 et F_6.

$\sum M_F =$ $-(13000 \times 8) + (4000 \times 4) - (F_4 \times 3) = 0$

$3F_4 =$ $16000 - 104000$

$F_4 =$ $(-88000)/3 = -29333$ N

Même résultat que trouvé précédemment. Lorsque l'on est parfaitement à l'aise avec le calcul des moments, on peut presque toujours choisir un noeud qui éliminera deux des trois variables cherchées et ainsi on peut trouver une à une les contraintes cherchées. C'est pour cela que l'on appelle aussi cette méthode la méthode des moments.

Ce que nous venons de voir n'est qu'une étape dans la conception d'une structure. Il faudra par la suite déterminer la forme et la grosseur des membres par la résistance des matériaux et ajouter le poids des membrures dans le calcul des contraintes. Enfin il faudra faire l'étude des joints eux-mêmes (rivetage, soudure, boulons).