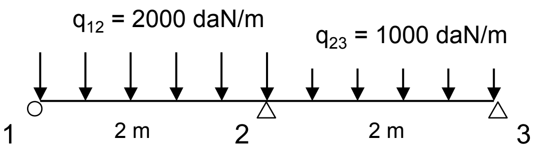
PANNE - Méthode des déplacements - PANNE

1/ Détermination des degrés de liberté (ddl)



I_z = 80.138 cm^4

Pour chaque nœud : 3 d° de liberté

Aux appuis : 4 inconnues L_i de liaison

ddl = 3 (nb de nœuds) - ΣL_i = 9 – 4 = 5

En l'absence d'effort de compression les déplacements sur x local en 2 et 3 sont nuls .

Il reste 3 rotations : Ω_1 , Ω_2 , Ω_3

2/ Equations intrinsèques

Seules figurent les équations de moment faisant apparaître les rotations. Les translations sur y local ν_1 et ν_2 sont nulles.

Notations : indice 12 = action du nœud 1 sur la barre 12

indice 21 = action du nœud 2 sur la barre 12

$$M_{12} = 4\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + 2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_2 + M^0_{12}$$

$$M_{21} = 2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + 4\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_2 + M^0_{21}$$

$$M_{23} = 4\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_2 + 2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_3 + M^0_{23}$$

$$M_{32} = 2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_2 + 4\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_3 + M^0_{32}$$

3/ Relations d'équilibre des nœuds (sur z local)

Nœud 1

$-M_{12} + 0 = 0$ alors $M_{12} = 0$

Nœud 2

$-M_{21} - M_{23} = 0$ alors $M_{21} = -M_{23}$

Nœud 3

$-M_{23} + 0 = 0$ alors $M_{23} = 0$

4/ Réduction du système intrinsèque

$$0 = 4\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + 2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_2 + M^0_{12}$$

$$2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + 4\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_2 + M^0_{21} = -\left(4\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_2 + 2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_3 + M^0_{23}\right)$$

$$0 = 2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_2 + 4\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_3 + M^0_{32}$$

5/ Ecriture organisée

1/ $$4\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + 2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_2 = -M^0_{12} = -\frac{q_{12}L^2_{12}}{12}$$

2/ $$2\frac{EI_z}{L_{12}}\Omega_1 + \left(4\frac{EI_z}{L_{12}} + 4\frac{EI_z}{L_{23}}\right)\Omega_2 + 2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_{3\,(=0)} = -M^0_{21} - M^0_{23} = \frac{q_{12}L^2_{12}}{12} - \frac{q_{23}L^2_{23}}{12} = 0$$

3/ $$2\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_2 + 4\frac{EI_z}{L_{23}}\Omega_{3\,(=0)} = -M^0_{32} = \frac{q_{23}L^2_{23}}{12}$$

6/ Calcul des inconnues de rotation

Avec 3/ écrire Ω_3 en fonction de Ω_2

Avec 1/ écrire Ω_1 en fonction de Ω_2

Dans 2/ substituer les expressions de Ω_1 et Ω_3

7/ Résultats numériques

Ω_1 = - 0.02476 rad

Ω_2 = 0.0099 rad

Ω_3 = 0.00495 rad

8/ Calcul des moments fléchissant

Par substitution des valeurs de Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 dans les équations intrinsèques de départ.

9/ Résultats numériques

En 1 :	$M_{(x=0)} = -\Sigma$ moments amonts	$= -(M_{12}) = 0$	
En 2 sur 12 :	$M_{(x=2m)} = +\Sigma$ moments avals	$= +(M_{21}) = -750$ daNm	
En 2 sur 23 :	$M_{(x=2m)} = -\Sigma$ moments amonts	$= -(M_{23}) = -750$ daNm	
En 3 :	$M_{(x=4m)} = +\Sigma$ moments avals	$= +(M_{32}) = 0$	