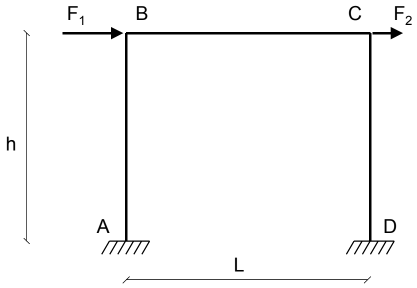
1/ Détermination des degrés de liberté (ddl)



Pour chaque nœud : 3 d° de liberté

Aux appuis : 6 inconnues L_i de liaison

ddl = 3 (nb de nœuds) - ΣL_i = 12 – 6 = 6 ω_B , u_B , v_B ; ω_C , u_C , v_C

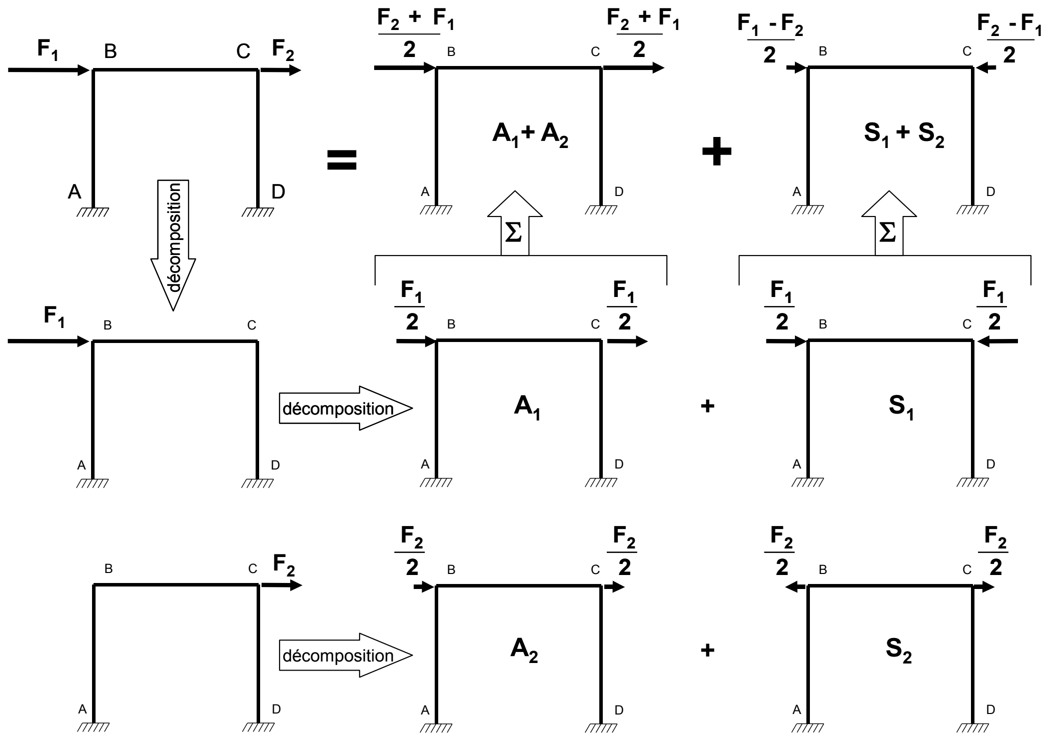
2/ Réduction du nombre d'inconnues de déplacement

a/ Hypothèses usuelles de travail.

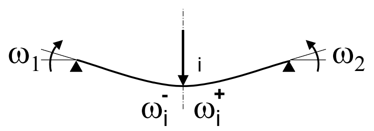
On néglige les déformations de compression / extension des barres devant les déformations de flexion.

- Déplacements verticaux des nœuds B et C dans le repère général : $v_B = v_C \approx 0$
- Différence de déplacement horizontal de B et C : $u_B - u_C \approx 0$ (*compression de BC négligée*)

b/ Etude des rotations en B et C par décomposition en somme de systèmes Symétrique et Antisymétrique



Propriété du système Symétrique :

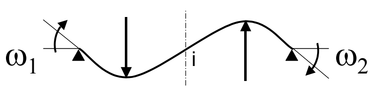


$\omega_1 = -\,\omega_2$ et $\omega^-_i = -\,\omega^+_i = 0$

sur l'axe de symétrie

par continuité

Propriété du système Antisymétrique :



$\omega_1 = \omega_2$

Dans le système Antisymétrique : $\omega_B = \omega_C$

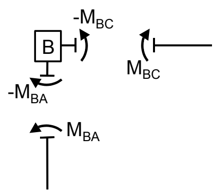
Dans le système Symétrique : $\omega_B = -\,\omega_C$ = 0 si l'on néglige la déformation de compression de BC

Conclusion : $\omega_B = \omega_C$ dans le système initial

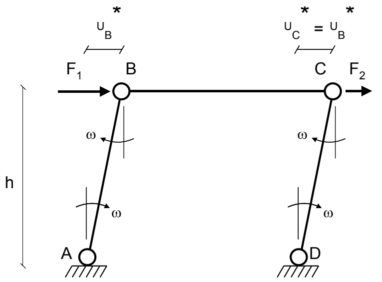
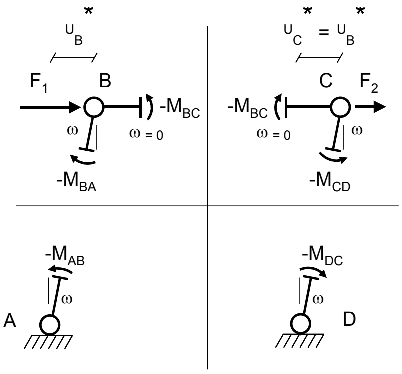
Bilan, il reste comme inconnues principales : ω_B et u_B

3/ Relations d'équilibre du nœuds B

Equilibre des moments en B

Méthode directe :		$-M_{BA} - M_{BC} = 0$

Equilibre du nœud B dans le déplacement u_B

Par le principe des travaux virtuels : Méthode - On relâche toutes les rotations aux nœuds de la structure. - On applique un déplacement fictif ou virtuel u_B^* au nœud B.		u_B^* est petit (infinitésimal) pour rester dans l'hypothèse d'un calcul au premier ordre. Relation entre u_B^* et ω : $-\dfrac{u_B^*}{h} = \tan\omega \approx \omega$ car ω petit
La somme des travaux des actions extérieures appliquées aux nœuds est nulles car la structure est en équilibre.		Travaux des actions extérieures $M_{BA}.\omega + F_1.u_B^*$ | $M_{CD}.\omega + F_2.u_B^*$ $M_{AB}.\omega$ | $M_{DC}.\omega$

On établit alors la relation : $(M_{BA} + M_{AB} + M_{CD} + M_{DC})\,\omega + (F_1 + F_2)\,u_B^* = 0$ avec $u_B^* \approx -\omega\, h$

Soit : $M_{BA} + M_{AB} + M_{CD} + M_{DC} = (F_1 + F_2)\,h$

4/ Réduction du système intrinsèque - *remarques :* $M_{ij} = 0$ pas de chargement en travée - ν_i **et** ν_j **en** **repère local**

	$\omega_A = 0$	ω_B	$\omega_C = \omega_B$	$\omega_D = 0$	$\nu_A - \nu_B = +u_B$	$\nu_B - \nu_C = 0$	$\nu_C - \nu_D = +u_B$	
$M_{AB} =$	$4\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$	$+2\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$			$+6\frac{EI_{AB}}{L_{AB}^2}$			M^0_{AB}
$M_{BA} =$	$2\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$	$+4\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$			$+6\frac{EI_{AB}}{L_{AB}^2}$			M^0_{BA}
$M_{CD} =$			$4\frac{EI_{CD}}{L_{CD}}$	$+2\frac{EI_{CD}}{L_{CD}}$			$+6\frac{EI_{CD}}{L_{CD}^2}$	M^0_{CD}
$M_{DC} =$			$2\frac{EI_{CD}}{L_{CD}}$	$+4\frac{EI_{CD}}{L_{CD}}$			$+6\frac{EI_{CD}}{L_{CD}^2}$	M^0_{DC}

$$(F_1 + F_2)\,h = +6\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}\omega_B + 6\frac{EI_{CD}}{L_{CD}}\omega_B + 12\frac{EI_{AB}}{L_{AB}^2}u_B + 12\frac{EI_{CD}}{L_{CD}^2}u_B$$

$M_{BA} =$	$2\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$	$+4\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}$			$+6\frac{EI_{AB}}{L_{AB}^2}$			M^0_{BA}
$M_{BC} =$			$4\frac{EI_{BC}}{L_{BC}}$	$+2\frac{EI_{BC}}{L_{BC}}$		$+6\frac{EI_{BC}}{L_{BC}^2}$		M^0_{BC}

$$\mathbf{0} = +4\frac{EI_{AB}}{L_{AB}}\omega_B + 4\frac{EI_{BC}}{L_{BC}}\omega_B + 6\frac{EI_{AB}}{L_{AB}^2}u_B$$