


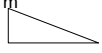



# TP d'énergétique 1

Avec le logiciel Rdm le Mans, construisez le problème suivant : unités conseillées N , m

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>Extraire la valeur <math>R_{4x}</math> (composante sur x) au nœud 4</p> <p><math>R_{4x} = 24983,6 \text{ N}</math> ←<br/>orientée suivant -x</p>                                        |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p><b>Modifiez l'appui au nœud 4</b> ▲</p> <p>Ajoutez un cas de charge avec la valeur <math>R_{4x}</math></p> <p>Ajoutez un autre cas de charge avec <math>R_{4x} = 1 \text{ N}</math></p> |
| <p>Notations</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                            |
| <p>1/ Calculez</p> $\frac{ \Delta_{10}  -  \Delta_{11} }{ \Delta_{10} } \times 100 = \frac{0,2021979 - 0,2021980}{0,2021979} \times 100 = -0,000005 \%$                                                                                                                                                                                                                         | <p>Conclusion :</p> <p>la superposition des chargements (50 kN et <math>R_{4x}</math>) sur le nouveau système (avec appui ▲) produit un déplacement total NUL au nœud 6.</p>               |
| <p>2/ Montrez que :</p> $\Delta_{11} = R_{4x} \times \delta_{11}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <p>Calculs :</p> $\Delta_{11} = 0,2021980$ $R_{4x} \times \delta_{11} = 24983,6 \times 0,00809 \cdot 10^{-3} = 0,202117324$ <p>Écart &lt; à 0,04 %</p>                                     |
| <p>3/ Vérifiez que le travail de l'action 50 kN dans le déplacement compatible d2 au nœud 2, est égal au travail de l'action <math>R_{4x}</math> dans le déplacement compatible d4 au nœud 4</p>                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                            |
| <p>Rappel : travail d'une force (en valeur absolue) : <math>\frac{1}{2} F \cdot \text{déplacement}</math></p> $\frac{1}{2} (50000 \cdot d2) = \frac{1}{2} (50000 \cdot 101,16530 \cdot 10^{-3}) = 2\,529,132 \text{ Joules (Nm)}$ $\frac{1}{2} (24983,6 \cdot d4) = \frac{1}{2} (24983,6 \cdot 202,19795 \cdot 10^{-3}) = 2\,525,816 \text{ Joules (Nm)}$ <p>écart : 0,13 %</p> |                                                                                                                                                                                            |

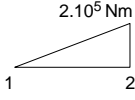
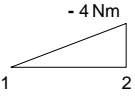
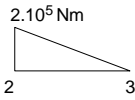
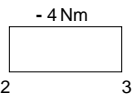
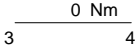
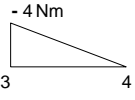
## Méthode des forces :

Extrait du tableau des intégrales de Mohr

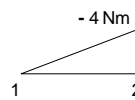
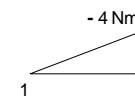
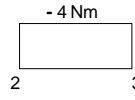
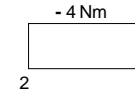
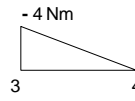
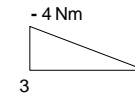
| Multiplier le résultat par L / (E I)                                                |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| M  | mM                                                                                | 1/2 mM                                                                            |
| M  | 1/2 mM                                                                            | 1/3 mM                                                                            |
| M  | 1/2 mM                                                                            | 1/6 mM                                                                            |

On multiplie le résultat de l'association des diagrammes de moment de flexion pris dans chaque système 0 et 1, par le quotient  $L/(EI)$  en prenant la valeur de la longueur et de l'inertie de la barre étudiée.

Complétez le tableau suivant en recherchant les valeurs et les formes des diagrammes dans les résultats de chaque étude du logiciel Rdm Le Mans.

|                               | Allure et valeurs de <b>M 0</b> (chargement 0)                                      | Allure et valeurs de <b>M 1</b> (chargement 1)                                      | Résultat tableau de Mohr                          | L / (EI)                                                                          | Résultat en Joules (Nm) |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Barre 1-2<br>L= 4m<br>HEA 240 |    |    | Triangles identiques<br>$1/3 [2.10^5 \cdot (-4)]$ | $\frac{m}{4}$<br>$(2,1.10^{11} \cdot 7763,184.10^{-8})$<br>Pa (Nm) m <sup>4</sup> | -0,06542889             |
| Barre 2-3<br>L= 6m<br>IPE 300 |   |   | Triangle / rectangle<br>$1/2 [2.10^5 \cdot (-4)]$ | $\frac{m}{6}$<br>$(2,1.10^{11} \cdot 8356,109.10^{-8})$<br>Pa (Nm) m <sup>4</sup> | -0,13676905             |
| Barre 3-4<br>L= 4m<br>HEA 240 |  |  | 0                                                 | $\frac{m}{4}$<br>$(2,1.10^{11} \cdot 7763,184.10^{-8})$<br>Pa (Nm) m <sup>4</sup> | 0                       |
| Somme                         |                                                                                     |                                                                                     |                                                   |                                                                                   | - 0,20219794            |

Vérifiez que cette valeur est égale à  $\Delta_{10}$  en calculant :  $\frac{|\Delta_{10}| - |\text{somme}|}{|\Delta_{10}|} \times 100 = 0,00002 \%$

|                               | Allure et valeurs de <b>M 1</b> (chargement 1)                                      | Allure et valeurs de <b>M 1</b> (chargement 1)                                      | Résultat tableau de Mohr                        | L / (EI)                   | Résultat                    |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Barre 1-2<br>L= 4m<br>HEA 240 |  |  | Triangles identiques<br>$1/3 [(-4) \cdot (-4)]$ | $2,45358335 \cdot 10^{-7}$ | $1,308577786 \cdot 10^{-6}$ |
| Barre 2-3<br>L= 6m<br>IPE 300 |  |  | Rectangle / rectangle<br>$(-4) \cdot (-4)$      | $3,41922641 \cdot 10^{-7}$ | $5,470762256 \cdot 10^{-6}$ |
| Barre 3-4<br>L= 4m<br>HEA 240 |  |  | Triangles identiques<br>$1/3 [(-4) \cdot (-4)]$ | $2,45358335 \cdot 10^{-7}$ | $1,308577786 \cdot 10^{-6}$ |
| Somme                         |                                                                                     |                                                                                     |                                                 |                            | $8,087917828 \cdot 10^{-6}$ |

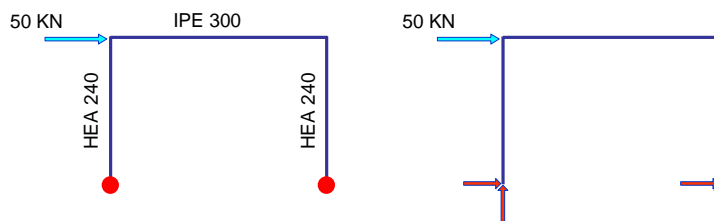
Vérifiez que cette valeur est égale à  $\delta_{11}$  en calculant :  $\frac{|\delta_{11}| - |\text{somme}|}{|\delta_{11}|} \times 100 = 0,065 \%$

**Conclusion :**

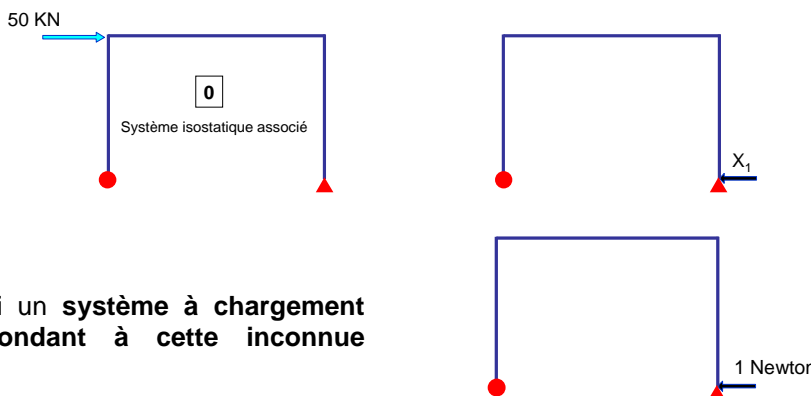
Vérifiez :  $\Delta_{10} + R_{4x} \times \delta_{11} = 0$  Soit :  $R_{4x} = \frac{-\Delta_{10}}{\delta_{11}} = 24999,99 \text{ N} > 0$  car  $R_{4x}$  était bien orienté écart avec Rdm Le Mans 0,065%

Conclusion des observations du TP.

Le portique initial était hyperstatique extérieurement de degré 1

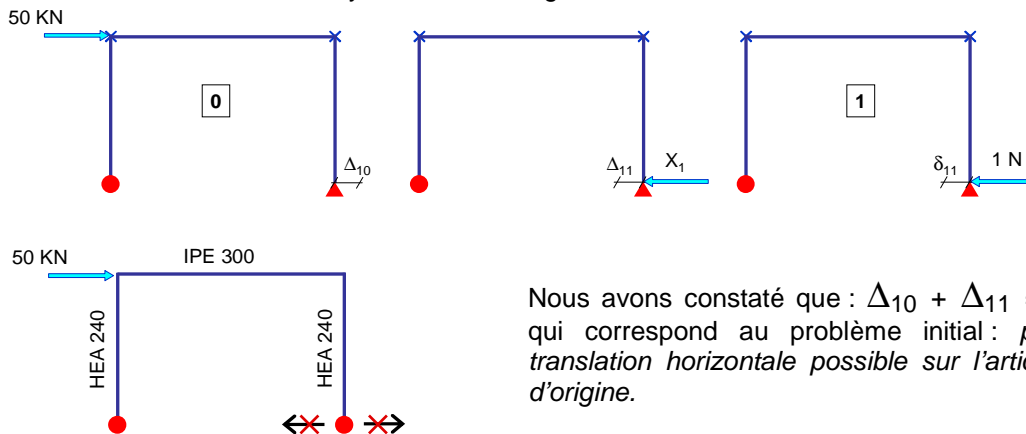


Nous avons alors défini un **système isostatique associé** dans lequel :  
 Nous avons **ajouté un degré de liberté**.  
 Nous avons défini une **inconnue principale de liaison** que nous noterons à l'avenir  **$X_1$  compatible avec ce nouveau degré de liberté** (nous l'avons intuitivement orientée dans le sens réel mais ça n'est pas obligatoire)



Nous avons défini un **système à chargement unitaire correspondant à cette inconnue principale**

Nous avons ensuite étudié les trois systèmes de chargement.



Nous avons constaté que :  $\Delta_{10} + \Delta_{11} = 0$ , ce qui correspond au problème initial : *pas de translation horizontale possible sur l'articulation d'origine.*

Nous avons ensuite retrouvés les valeurs des déplacements  $\delta_{11}$  puis  $\Delta_{10}$  en utilisant le tableau de Mohr pour finalement établir

$$\Delta_{10} + X_1 \times \delta_{11} = 0$$

Cette relation n'est pas rigoureuse car elle n'est pas homogène (*mètres + Newtons x mètres*).

Son expression véritable est :

$$\begin{matrix} \text{N} & \text{m} & \text{N} & \text{m} \\ 1 & \times & X_1 & \times & \delta_{11} & = & 0 \\ \uparrow & & & & & & \\ \text{Charge unité} & & & & & & \end{matrix}$$

Nous verrons dans le TP suivant comment mettre en place ce calcul.