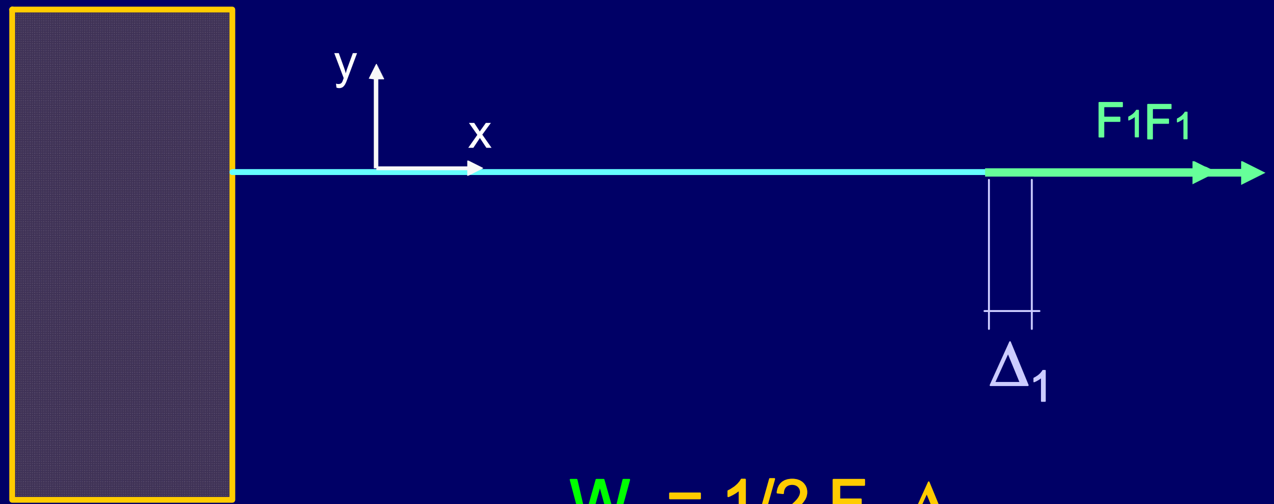
# Théorie énergétique

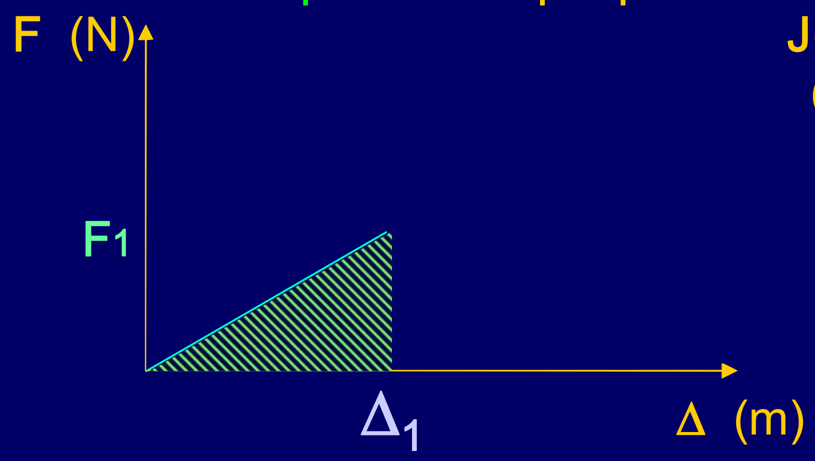
## Travail des actions extérieures
## Théorème de CLAPEYRON

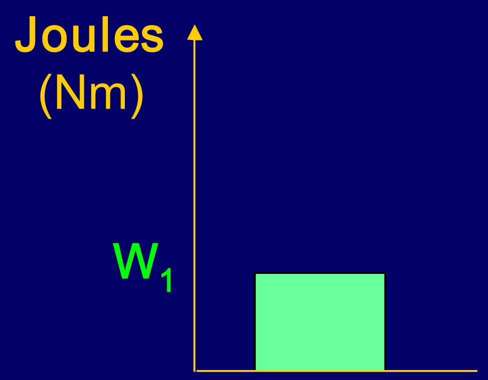
# Travail de plusieurs forces extérieures

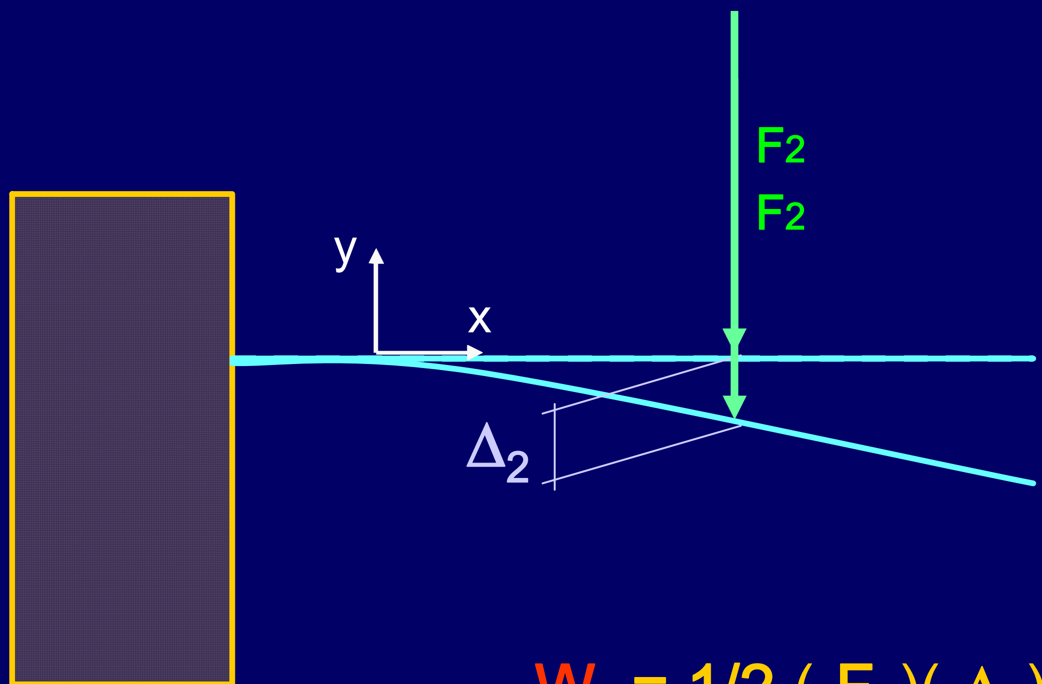
## appliquées à un système linéaire parfaitement élastique.



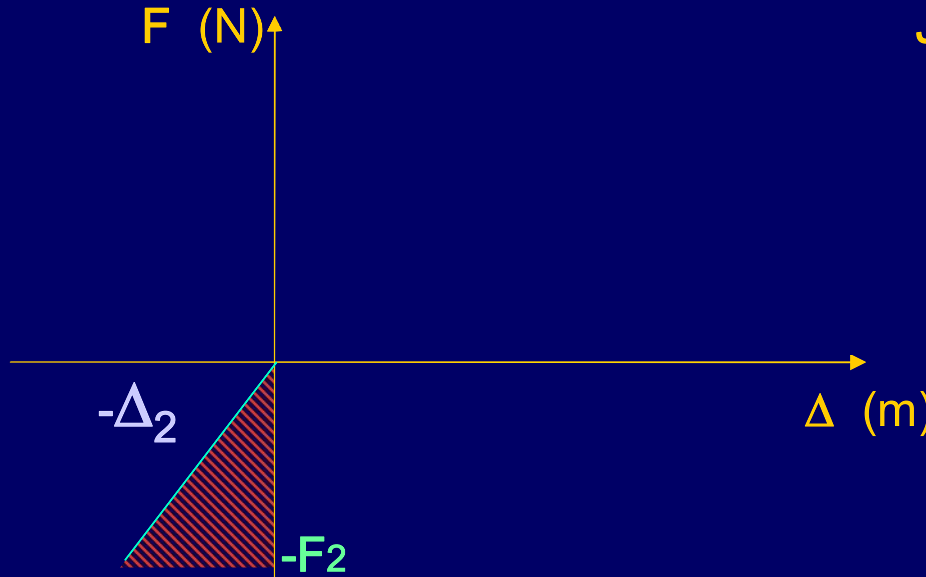

$$W_1 = 1/2\ F_1\ \Delta_1$$

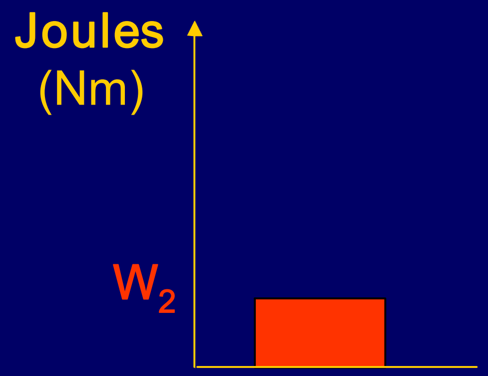


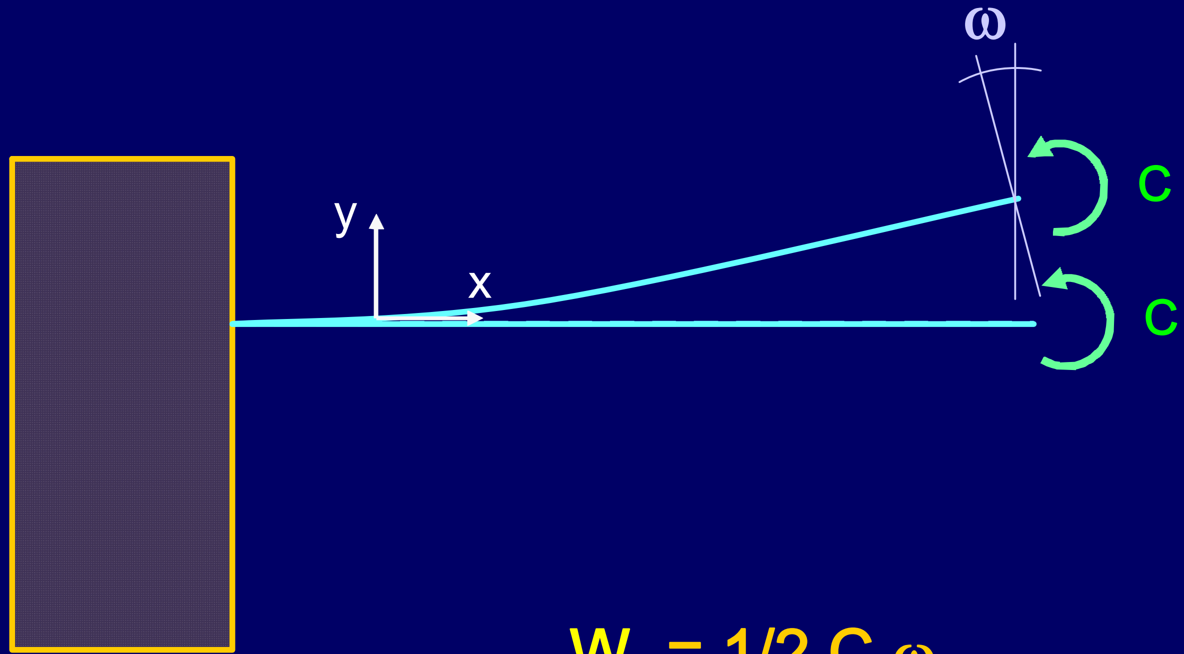





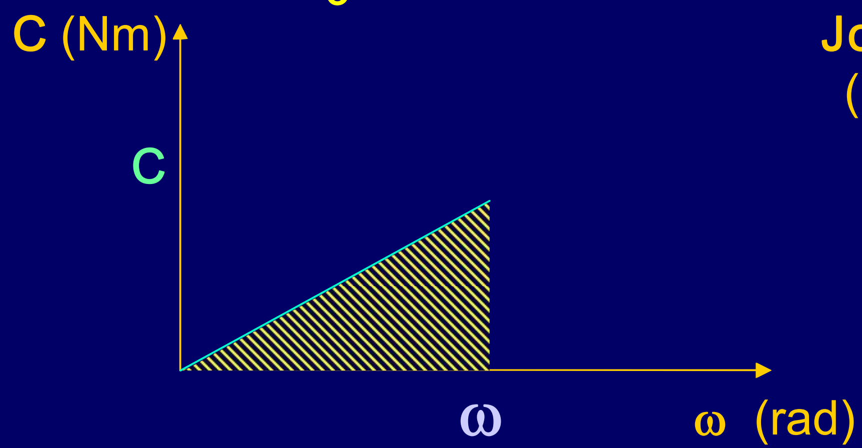

$$W_2 = 1/2\ (-F_2)(-\Delta_2)$$

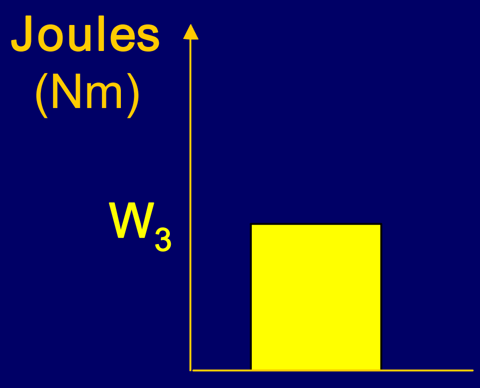


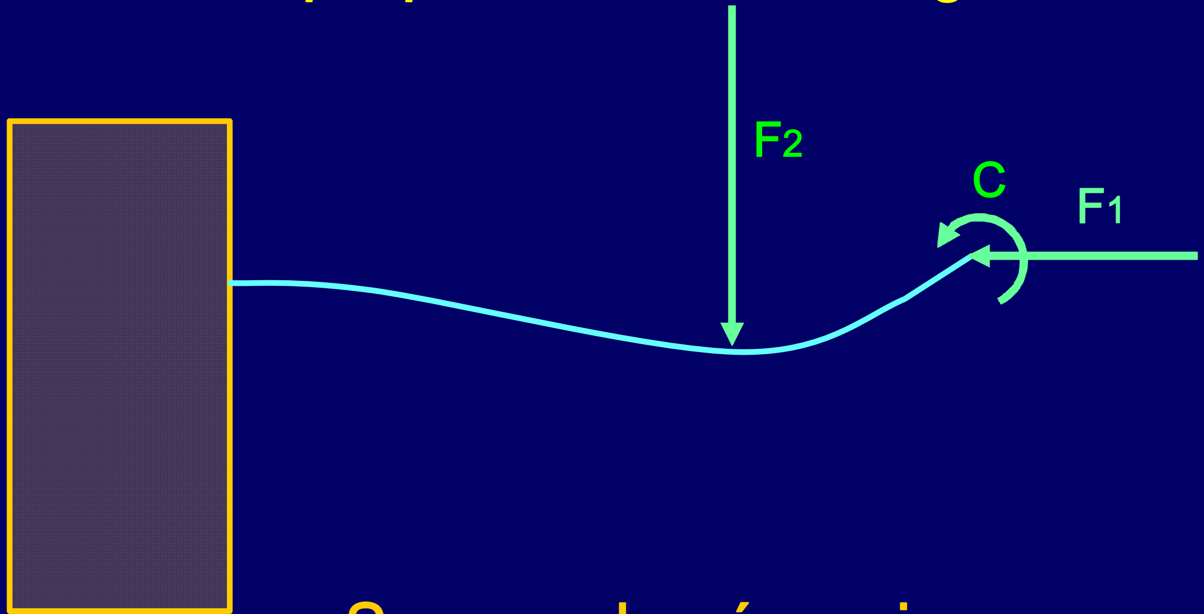



$$W_3 = 1/2\ C\ \omega$$



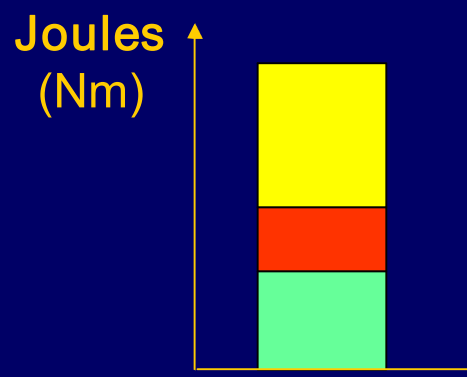
# Superposition des chargements




## Somme des énergies

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

$$W = 1/2 \{ F_1\Delta_1 + F_2\Delta_2 + C\ \omega \}$$



# Démonstration

Une action $T_i$ (force ou couple) appliquée au point i provoque un déplacement $U_i$ (translation ou rotation)

L'application du chargement peut se décrire par :

$\lambda T_i$ où $\lambda$ varie de 0 à 1

Si le système a un comportement élastique linéaire, action et déplacement sont proportionnels.

$T_i$ provoque un déplacement $U_i$

$\lambda T_i$ provoque un déplacement $\lambda U_i$

# Démonstration

**Travail élémentaire dW** (<u>d</u>ifférentielle ou <u>*d*</u>*ivision de*)

**de l'action $\lambda T_i$ dans le déplacement élémentaire $d\lambda\, U_i$**

$$dW = \lambda T_i \; d\lambda \; U_i$$ ou encore $$dW = T_i \, U_i \; \lambda d\lambda$$

**Travail total W développé au cours du chargement**

$\int dW$ pour $\lambda$ variant de 0 à 1

$\int$omme intégrale

Soit encore $$W = \int_0^1 T_i \, U_i \; \lambda d\lambda$$

Il vient $$W = T_i \, U_i \int_0^1 \lambda d\lambda$$

soit $$W = 1/2 \; T_i \, U_i$$

# Démonstration

En généralisant à plusieurs actions simultanément appliquées

on obtient l'expression du

théorème de CLAPEYRON

$$W = 1/2 \sum_{i=1}^{i=n} T_i \, U_i$$