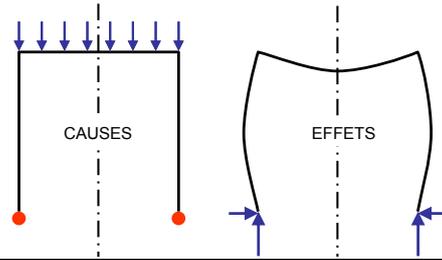


Principe de symétrie ou principe de Curie.

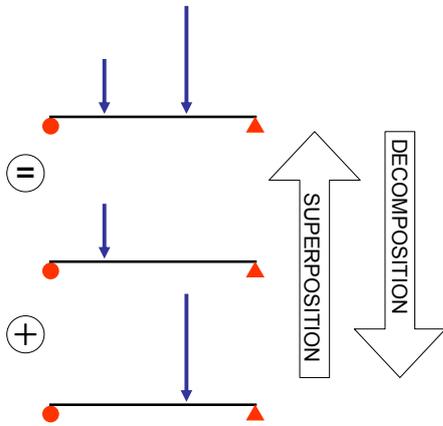
« Tout phénomène garde au moins la symétrie de ses causes »

Un chargement symétrique (la cause) sur une structure symétrique produit des effets (les réactions d'appui, la déformation) symétriques.

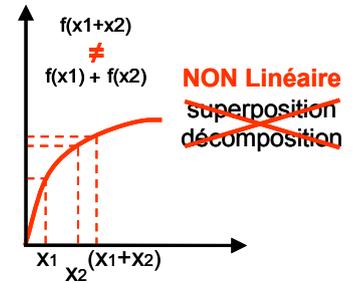
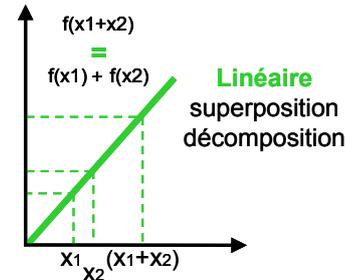
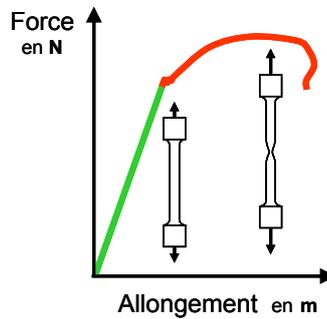


Principe de superposition/décomposition.

Nos études sont limitées au travail de l'acier dans son **domaine de comportement élastique linéaire**.

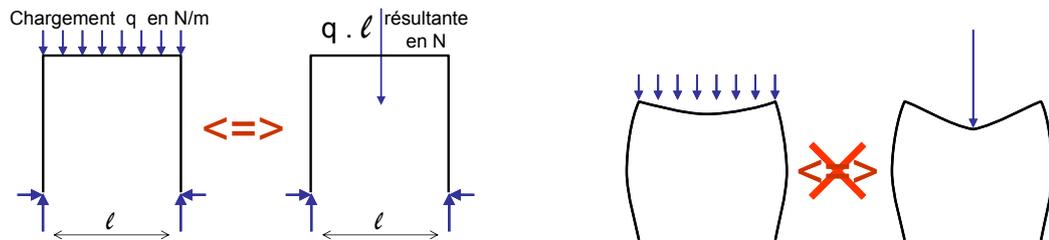


Théorie des poutres
valide NON valide



Principe d'équivalence

La résultante d'une charge répartie produit les mêmes réactions d'appui mais pas la même déformation.

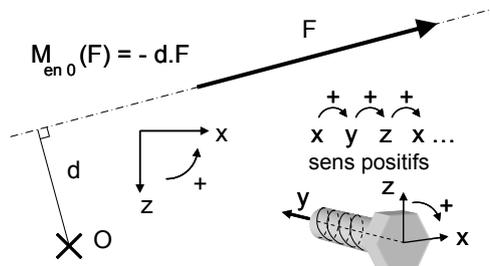


Principe d'équilibre (statikos en grec).

La somme des effets des actions mécaniques appliquées à une structure assure l'équilibre de celle-ci.

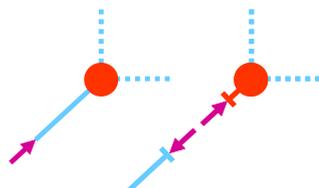
- La résultante de ces actions est nulle (« somme des forces »)
- Le moment résultant de ces actions est nul en tout point (« somme des moments en un point »)

Valeur et signe d'un moment

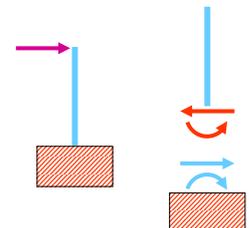


Principe de réciprocité

La barre est en compression. Elle « pousse le nœud » et de façon réciproque le nœud « pousse » la barre.

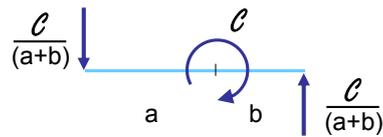
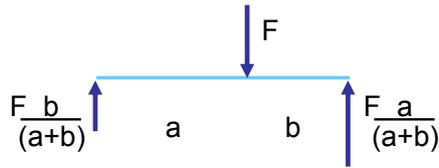


Les actions du poteau sur le massif sont égales et opposées aux actions du massif sur le poteau

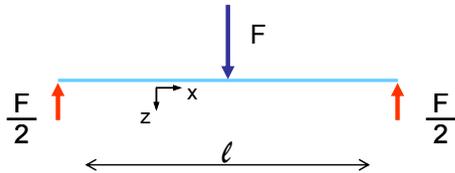


MECANIQUE DES POUTRES : les essentiels

Chargements particuliers



Résultats particuliers



Moment de flexion maximum en $l/2$ $\frac{F\ell}{4}$
 Flèche maximum en $l/2$ $\frac{F\ell^3}{48 E I_y}$

Unités de calcul

$$\frac{\text{KN} \cdot \text{m}^3}{48 \text{EI}_y \cdot \text{cm}^4} \rightarrow \frac{10^3 \text{N} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \text{cm}^4} \rightarrow \frac{10^3 \text{N} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{N}}{(10^{-2} \text{m})^4}} \rightarrow \frac{10^3 \text{N} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{N}}{10^{-8} \text{m}^4}} \rightarrow \frac{10^3 \text{N} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{N}}{10^{-6} \text{m}^2}} \rightarrow \frac{10^3 \text{N} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{N}}{10^{-6} \text{m}^2}} \rightarrow \frac{10^3 \text{m}^3}{10^{-2} \text{m}^2} \rightarrow \frac{10^3 \text{m}^3}{10^{-2} \text{m}^2} \rightarrow \frac{10^3 \text{m}^3}{10^{-2} \text{m}^2} \rightarrow \text{m} \cdot 10^5$$

mais $E = 210\,000 \text{ MPa}$ soit une division par $2,1 \cdot 10^5$

charge en **KN**
 portée en **m**
 inertie en **cm⁴**
 en écrivant **2,1** pour **E** → La flèche est en **m** (mètres)

Application

Poutre de plancher IPE 330

$F = 240 \text{ KN}$

$\ell = 4 \text{ m}$

$E = 210\,000 \text{ MPa}$

$I_{\text{fort}} = 11766,905 \text{ cm}^4$

moment d'inertie fort, par rapport à l'axe y (de la poutre) perpendiculaire au plan de chargement (z,x)

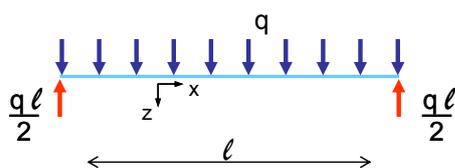
1/ Cible (ordre de grandeur du résultat).

Poutre de plancher : aux **ELS** $f < \ell / 300 = 13 \text{ mm} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

2/ Calcul approché (à la main)

$$\frac{F\ell^3}{48 E I_y} = \frac{240 \cdot 4^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 11766,9} \# \frac{240 \cdot 64}{48 \cdot 2 \cdot 12000} \# \frac{1}{80} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Calcul exact: $1,29 \cdot 10^{-2} \text{ m}$



Moment de flexion maximum en $l/2$ $\frac{q\ell^2}{8}$
 Flèche maximum en $l/2$ $\frac{5q\ell^4}{384 E I_y}$

Unités de calcul : même remarque que précédemment

Application

Panne IPE 140

$F = 10 \text{ KN/m}$

$\ell = 3 \text{ m}$

$E = 210\,000 \text{ MPa}$

$I_{\text{fort}} = 541,224 \text{ cm}^4$

1/ Cible (ordre de grandeur du résultat). Aux **ELS** $f < \ell / 250 = 12 \text{ mm} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

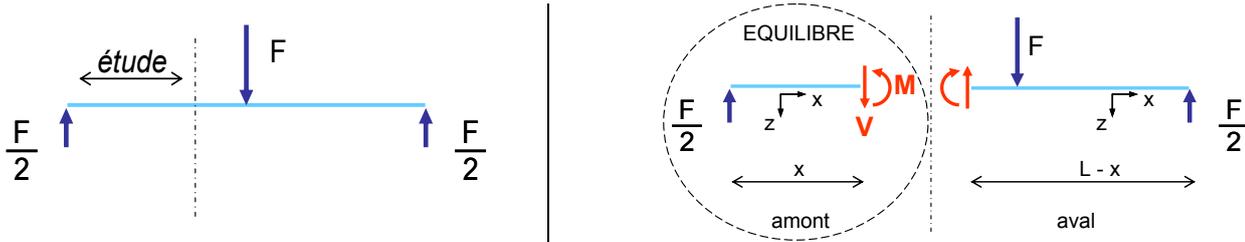
2/ Calcul approché (à la main)

$$\frac{5q\ell^4}{384 E I_y} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 3^4}{384 \cdot 2,1 \cdot 541,224} \# \frac{5 \cdot 10 \cdot 80}{400 \cdot 2 \cdot 500} \# \frac{1}{100} = 10^{-2} \text{ m} = 10 \text{ mm}$$

Calcul exact: $0,928 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ soit $9,28 \text{ mm}$

MECANIQUE DES POUTRES : les essentiels

Efforts intérieurs à une poutre : Effort tranchant V et moment fléchissant M dans une section

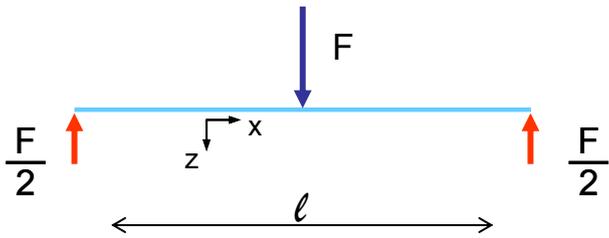


$V = -$ {Somme des projections sur z local, des actions situées à l'AMONT de la section étudiée}
 $M = -$ {Somme des projections sur y local, des moments des actions situées à l'AMONT de la section étudiée }

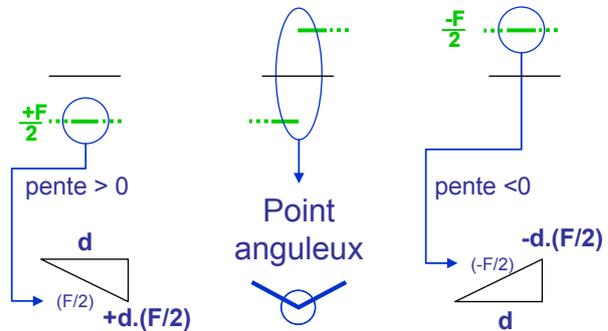
Principe de réciprocité.

$V = +$ {Somme des projections sur z local, des actions situées à l'AVAL de la section étudiée}
 $M = +$ {Somme des projections sur y local, des moments des actions situées à l'AVAL de la section étudiée }

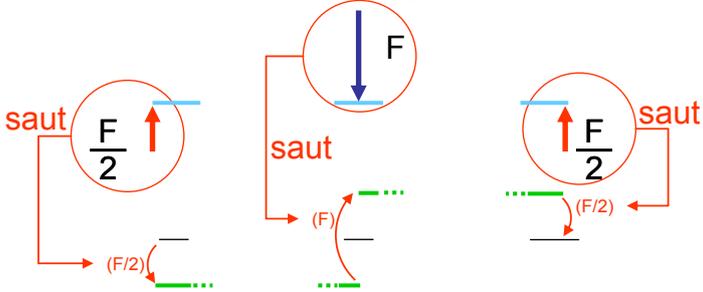
Construction des diagrammes des fonctions $V(x)$ et $M(x)$ par l'étude des variations.
 Cas d'une charge ponctuelle.



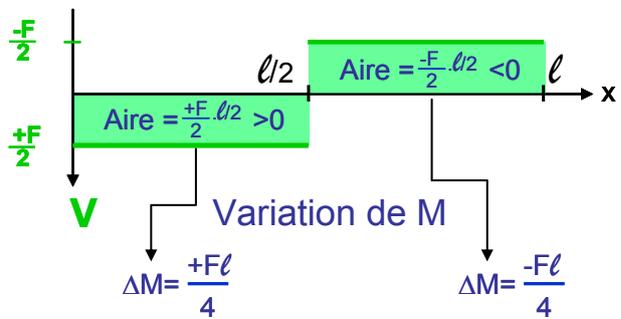
3/ Allure du diagramme de moment en fonction des valeurs de l'effort tranchant.



1/ Incidence des variations de chargement sur V



4/ Valeur des variations de la fonction Moment en fonction de la somme intégrale de la fonction V



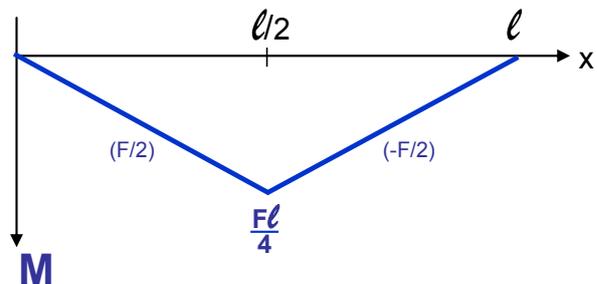
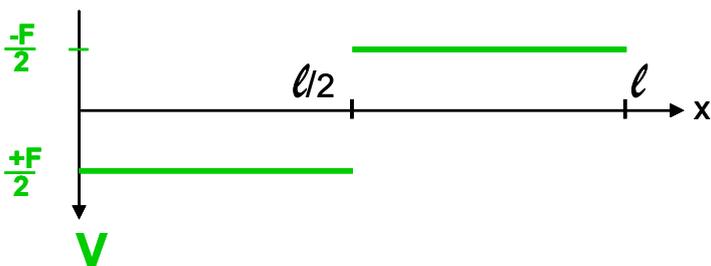
2/ Effort tranchant

Fonction constante par intervalle de type $y = c^{te}$

$$V(x) = M'(x)$$

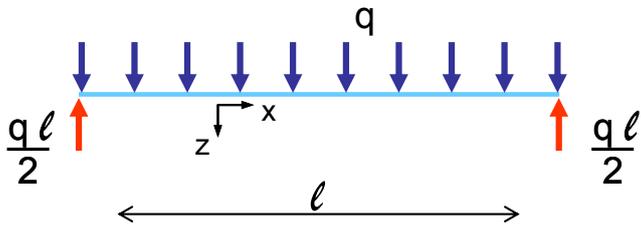
5/ Moment fléchissant

Fonction linéaire par intervalle de type $y = ax + b$

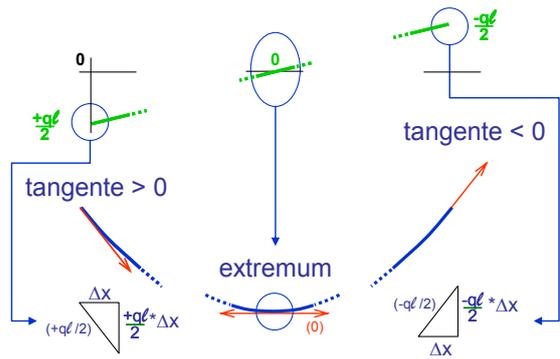


MECANIQUE DES POUTRES : les essentiels

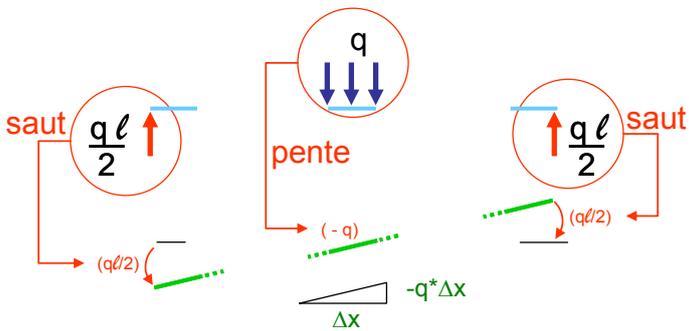
Construction des diagrammes des fonctions $V(x)$ et $M(x)$ par l'étude des variations.
Cas d'une charge répartie.



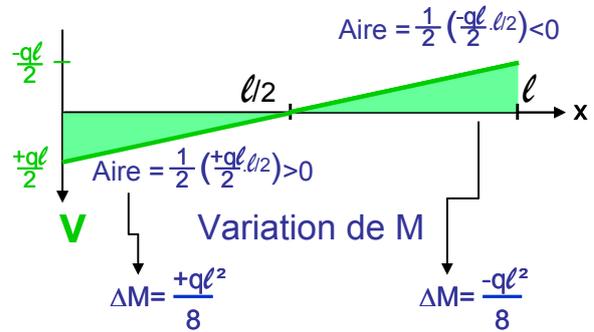
3/ Allure du diagramme de moment en fonction des valeurs de l'effort tranchant.



1/ Incidence des variations de chargement sur V

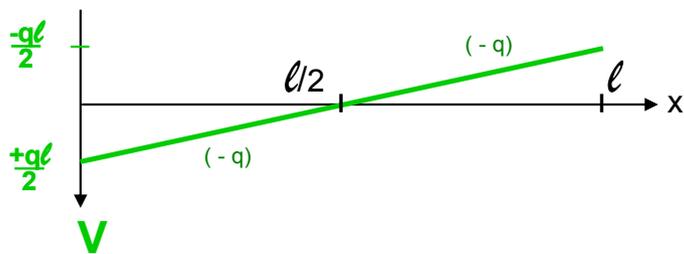


4/ Valeur des variations de la fonction Moment en fonction de la somme intégrale de la fonction V



2/ Effort tranchant

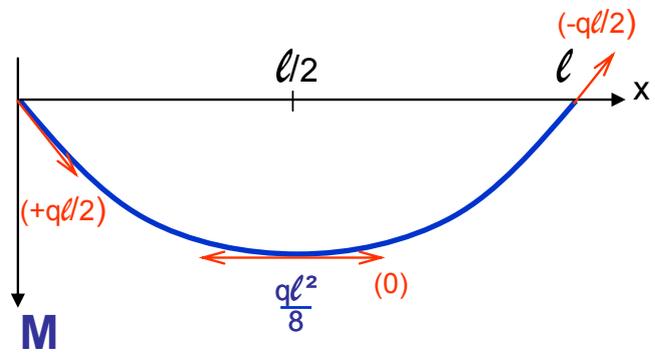
Fonction linéaire par intervalle de type $y = ax + b$



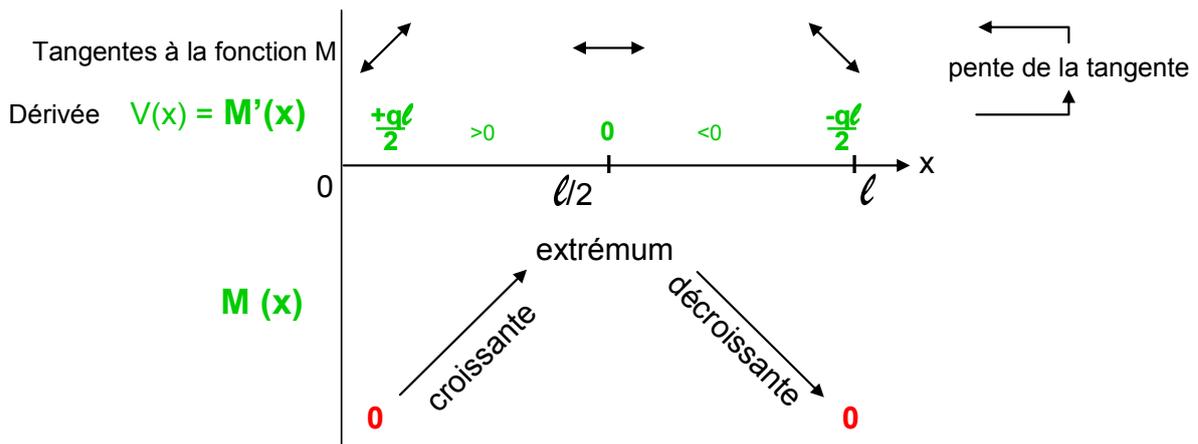
$$V(x) = M'(x)$$

5/ Moment fléchissant

Fonction parabolique de type $y = ax^2 + bx + c$



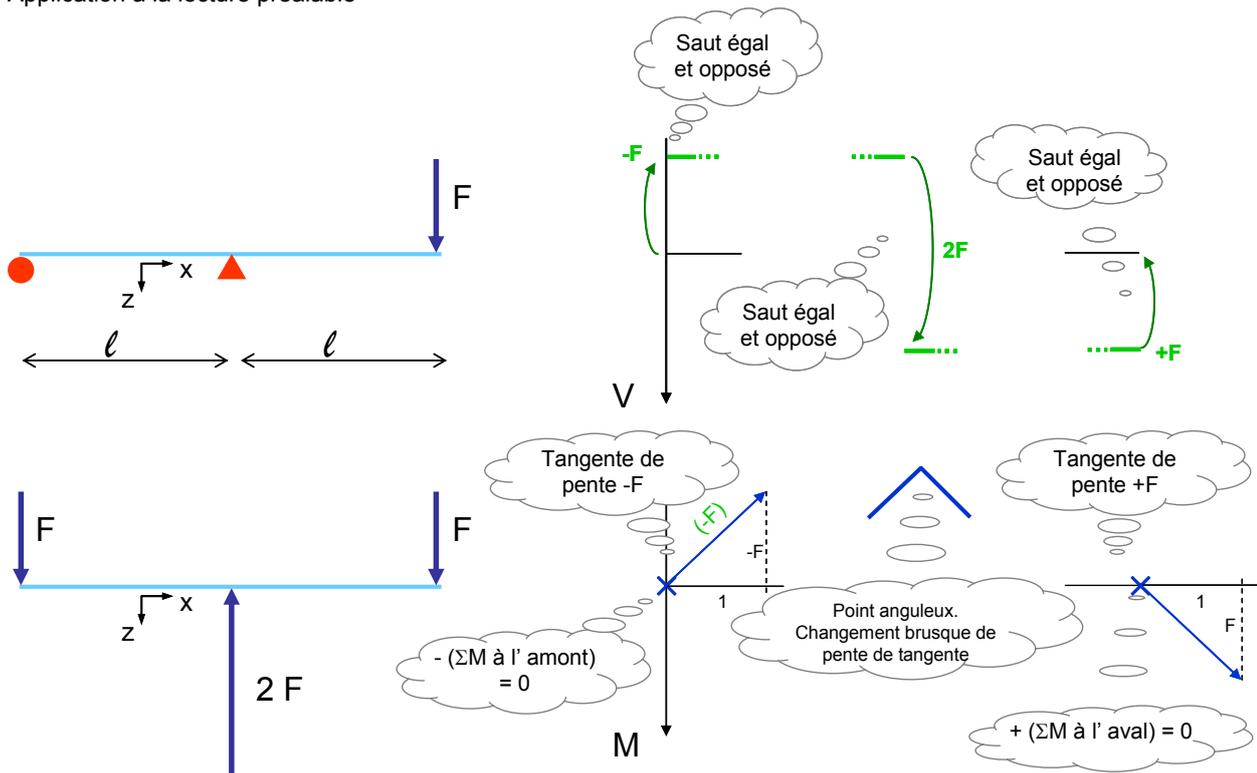
Vu par les mathématiques : le tableau de variation de la fonction $M(x)$.



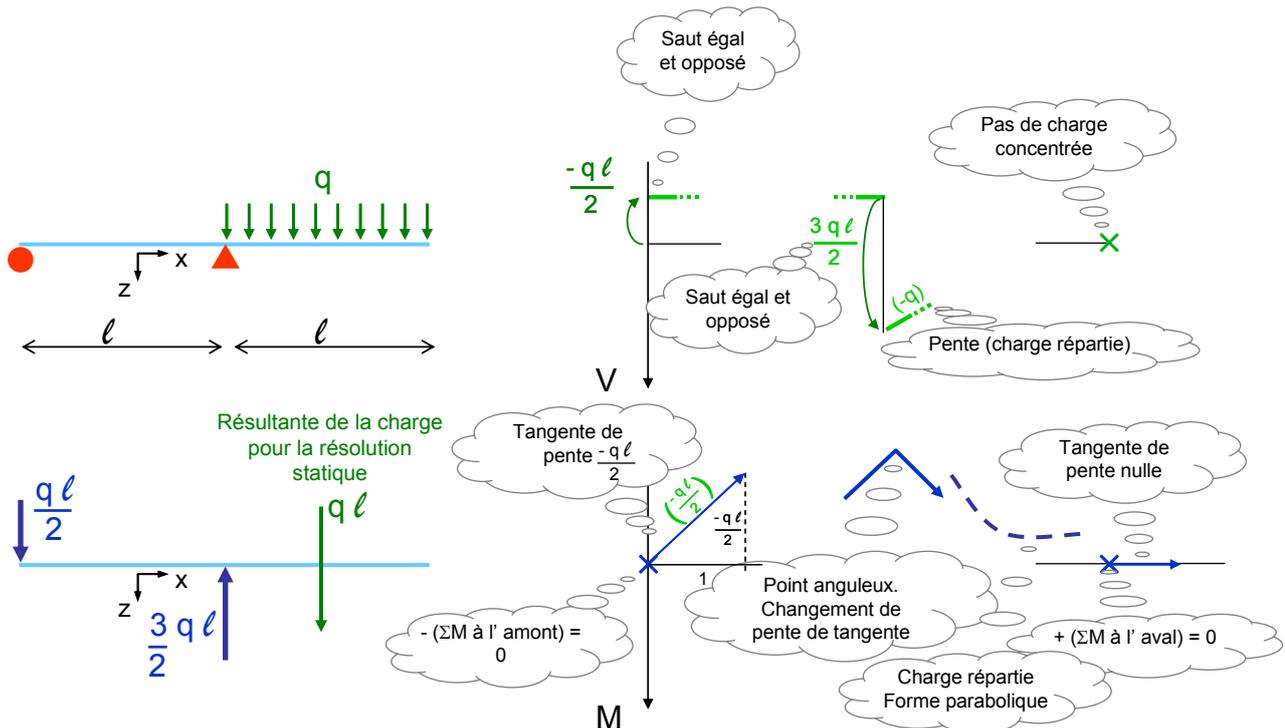
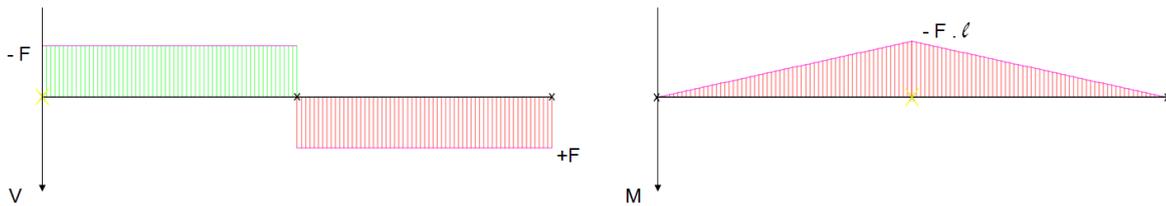
... mais en méca. , on a la tête en bas...

MECANIQUE DES POUTRES : les essentiels

Application à la lecture préalable

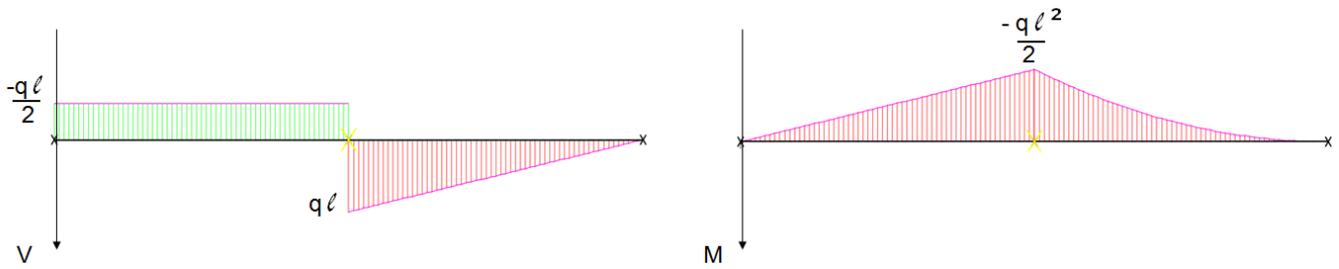


Résultats Rdm LeMans (attention le diagramme des moments a été retourné pour être conforme au repère local z,x choisi).

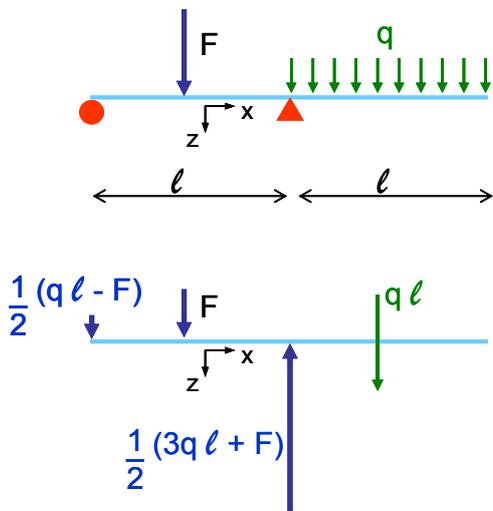


MECANIQUE DES POUTRES : les essentiels

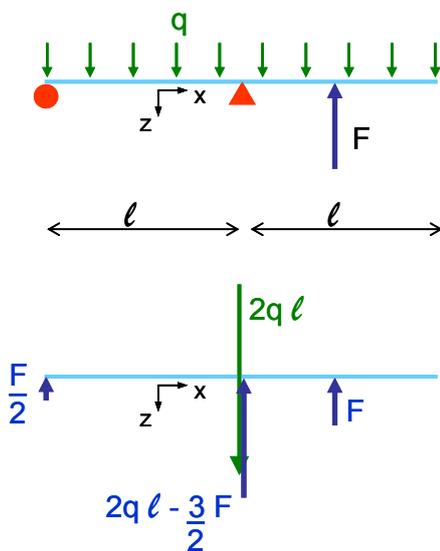
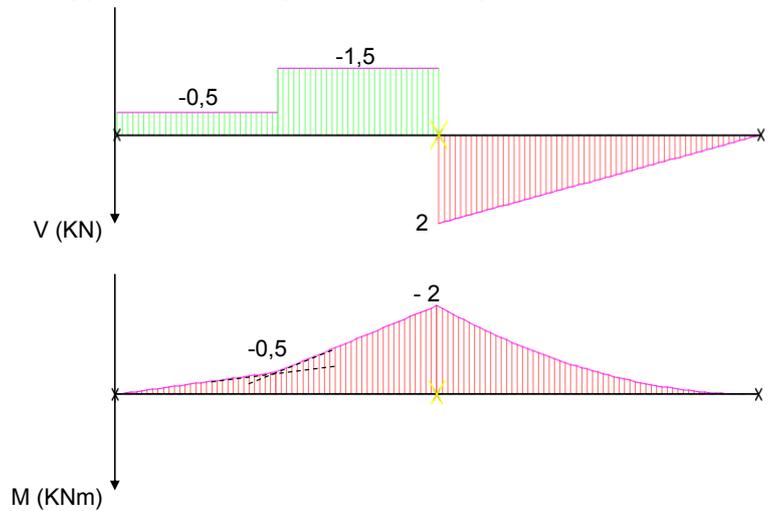
Résultats Rdm LeMans (attention le diagramme des moments a été retourné pour être conforme au repère local z,x choisi).



En utilisant cette méthode de construction recomposez les diagrammes suivants.



Application numérique : $F = 1 \text{ KN}$; $q = 1 \text{ KN/m}$; $\ell = 2\text{m}$



Application numérique : $F = 1 \text{ KN}$; $q = 1 \text{ KN/m}$; $\ell = 2\text{m}$

